

$$\frac{S_6}{S_7} = 28$$

$$\frac{a_1 \times \frac{(1-q^6)}{1-q}}{a_1 \times \frac{(1-q^7)}{1-q}} = \frac{1-q^6}{1-q^7} = \frac{(1-q^6)(1+q^7)}{1-q^7} = 28$$

$$1+q^7 = 28 \Rightarrow q^7 = 27 \Rightarrow q = 3$$

(بیگیری) (فصل اول)

۲- گزینه «۲» -

$$S_n = \frac{n}{r} [ra_1 + (n-1)d] \Rightarrow \begin{cases} S_{r_0} = \frac{r_0}{r} [ra_1 + 19d] \\ S_{17} = \frac{17}{r} [ra_1 + 11d] \end{cases}$$

$$S_{r_0} = 3S_{17} \Rightarrow 2 \cdot a_1 + 19 \cdot d = 3 \cdot a_1 + 19 \cdot d \Rightarrow 2 \cdot (a_1 + 2d) = 3a_1 + 48d \Rightarrow 120 = 36a_1 + 48d \Rightarrow 3a_1 + 4d = 10$$

$$\Rightarrow 2d = \frac{10 - 3a_1}{2} \xrightarrow{\text{جایگذاری در } a_3} a_1 + 2d = a_1 + \frac{10 - 3a_1}{2} = 6 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -2 \\ d = 4 \end{cases} \Rightarrow a_{10} = a_1 + 9d = 34$$

(سراسری ریاضی ۹۰) (مجموع جملات دنباله‌های حسابی)

۳- گزینه «۱» -

$$27\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) = 27\left(\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}\right) = 27\left(\frac{S}{P}\right) \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-(-\frac{3}{4})}{1} = \frac{3}{4} \\ P = \frac{-\frac{3}{16}}{1} = \frac{-3}{16} \end{cases} \Rightarrow 27\left(\frac{S}{P}\right) = -108$$

(سراسری خارج از کشور ریاضی ۸۸) (معادلات درجه دوم)

۴- گزینه «۳» -

$$\Delta = 4 - 4(\Delta) = -16 < 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد.}$$

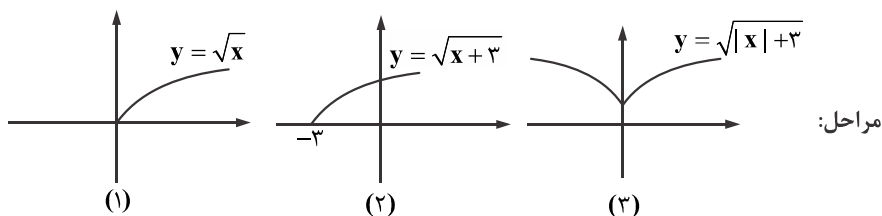
پس یکی از گزینه‌های «۱» یا «۳» درست است. چون ضریب x^2 منفی است، بنابراین تقعر منحنی رو به پایین است و بنابراین گزینه «۳» درست است. (ولیعهدی) (معادلات درجه دوم و سهمی و ویژگی‌های آن)

۵- گزینه «۲» -

$$\frac{x^2 + 2x + 8}{x^2 + 4x} = 6 \Rightarrow x^2 + 2x + 8 = 6x^2 + 24x \Rightarrow \begin{cases} 5x^2 + 22x - 8 = 0 \\ x \neq 0, x \neq -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع ریشه ها}} S = \frac{-22}{5}$$

(ولیعهدی) (معادلات درجه دوم)

۶- گزینه «۳» - مراحل انتقال به شکل زیر است:



(ولیعهدی) (آشنایی بیشتر با تابع)

۷- گزینه «۲» -

$$AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (7-3)^2} = 5 \Rightarrow 5 \times \text{عرض} = 30 \Rightarrow \text{طول} = 6$$

(ولیعهدی) (آشنایی با هندسه تحلیلی)

۸- گزینه «۱» -

$$\begin{cases} m+n=7 \\ n+\frac{m}{2}=5 \end{cases} \Rightarrow m=4, n=3 \Rightarrow mn=12$$

(ولیعهدی) (آشنایی بیشتر با تابع)

۹- گزینه «۲» -

$$1) \sqrt{\frac{x}{2}} = 2 \Rightarrow x = 8$$

$$2) 3x+2=8 \Rightarrow x=2$$

(ولیعهدی) (آشنایی بیشتر با تابع (تابع به عنوان ماشین))

۱۰- گزینه «۲» -

$$\frac{2x}{x^2-|x|-12} = \frac{2x}{(|x|-4)(|x|+3)} \Rightarrow D: \begin{cases} |x| \neq -3 \checkmark \text{ همواره برقرار} \\ |x| \neq 4 \Rightarrow x \neq \pm 4 \end{cases}$$

(ولیعهدی) (آشنایی بیشتر با تابع (دامنه))

۱۱- گزینه «۳» - مثال نقض:

$$x=4 \Rightarrow y=\pm 1 \Rightarrow \begin{cases} (4, 1) \\ (4, -1) \end{cases}$$

که در تابع به ازای هر مقدار x فقط یک مقدار y باید داشته باشیم. (ولیعهدی) (آشنایی بیشتر با تابع)

۱۲- گزینه «۲» -

$$\sqrt{x+1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+1}+4 \geq 4 \Rightarrow y \geq 4$$

(ولیعهدی) (آشنایی بیشتر با تابع (برد تابع))

۱۳- گزینه «۳» -

$$\frac{1}{5} \leq x \leq 1 \Rightarrow \frac{4}{5} \leq 4x \leq 4$$

بنابراین $[4x]$ می تواند مقادیر $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ را شامل شود. (ولیعهدی) (انواع تابع - تابع جزء صحیح)

۱۴- گزینه «۲» - راه حل اول:

$$y = x^2 - 4x \Rightarrow y = (x-2)^2 - 4 \Rightarrow y+4 = (x-2)^2 \Rightarrow \sqrt{y+4} = |x-2| \xrightarrow{x \leq 2} \sqrt{y+4} = 2-x$$

$$\Rightarrow x = 2 - \sqrt{y+4} \quad \begin{array}{l} \text{جای } x \text{ و } y \\ \text{را عوض می کنیم} \end{array} \quad y = 2 - \sqrt{x+4}$$

راه حل دوم: راه ساده ای برای حل این گونه سوالات جای گذاری نقطه ای از دامنه تابع است: اگر نقطه $\begin{vmatrix} 1 \\ -3 \end{vmatrix}$ را در نظر بگیریم که در تابع f صدق

می کند، نقطه $\begin{vmatrix} -3 \\ 1 \end{vmatrix}$ باید در f^{-1} صدق کند که تنها گزینه «۲» واجد این شرایط است. (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۷) (وارون تابع)

۱۵- گزینه «۳» -

$$(2f+g)(9) = 2f(9) + g(9) = 2(21) + 4 = 42 + 4 = 46$$

(ولیعهدی) (اعمال روی توابع)

۱۶- گزینه «۴» - تابع 2^x هیچ نقطه صفری ندارد و در $-\infty$ به صفر بسیار نزدیک می شود و تابع $2^x + 1$ با یک واحد انتقال به بالا در $-\infty$ به ۱

مجاوب می شود. (ولیعهدی) (تابع نمایی)

۱۷- گزینه «۳» - چون تابع 3^x اکیدا صعودی است به ازای $x_1 > x_2$ داریم: $3^{x_1} > 3^{x_2}$. بنابراین چون $4 < \frac{y}{2} < 3$ است. داریم: $3^3 < 3^{\frac{y}{2}} < 3^4$

(ولیعهدی) (تابع نمایی)

۱۸- گزینه «۳» -

$$D_f = x+3 \geq 0 \Rightarrow D_f = [-3, +\infty)$$

$$D_g = 4-x \geq 0 \Rightarrow D_g = (-\infty, 4]$$

$$D_{(f+g)} = D_f \cap D_g = [-3, 4]$$

(ولیعهدی) (اعمال روی توابع)

۱۹- گزینه «۲» -

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 4 + g(1) = 12 \Rightarrow g(1) = 8 \Rightarrow 2g(1) + 3 = 16 + 3 = 19$$

(ولیعهدی) (اعمال روی توابع)

۲۰- گزینه «۱» -

$$(4, 2) \in f \circ g \Rightarrow \begin{cases} f(g(4)) = 2 \\ f(2) = 2 \end{cases} \Rightarrow g(4) = 2 \Rightarrow a = 4$$

$$(4, 1) \in g \circ f \Rightarrow \begin{cases} g(f(4)) = 1 \\ f(4) = 5 \end{cases} \Rightarrow g(5) = 1 \Rightarrow b = 5$$

(سراسری ریاضی - ۹۰) (اعمال روی توابع - ترکیب توابع)