

# حسابان ۱

۱- گزینه «۲» -

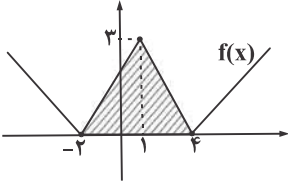
$$\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4} \Rightarrow x(x-2)(x+2) \left( \frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4} \right)$$

$$3x(x-2) + 2(x^2-4) = x(4x-4)$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \text{ ق ق} \\ x=-2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

معادله فقط یک ریشه دارد. (میرزایی) (حل معادلات گویا و گنگ - حل معادله گویا) (متوسط)

۸- گزینه «۲» - مساحت مثلث ایجاد شده برابر است با:  $S = \frac{1}{2}(6 \times 3) = 9$



(میرزایی) (تابع قدر مطلق - رسم نمودار قدر مطلق) (دشوار)

۹- گزینه «۳» -



$$3x + 4y - 3 = 0$$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow AH = \frac{|3(3) + 4(-1) - 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{2}{5}$$

طول ضلع  $a = \frac{2}{5}$

قطر مربع  $d = \sqrt{2}a = \frac{2\sqrt{2}}{5}$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» -

$$\frac{1-x}{|x-3|} = 1 \Rightarrow |x-3| = 1-x \Rightarrow (x-3)^2 = (1-x)^2$$

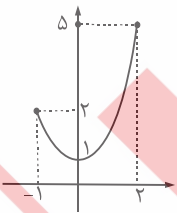
$$x^2 - 6x + 9 = 1 - 2x + x^2 \Rightarrow -4x = -8 \Rightarrow x = 2$$

بدون جواب  $1 \neq -1 \Rightarrow \frac{1-x}{|x-3|} = 1 \Rightarrow \frac{1-2}{|2-3|} = 1$  : امتحان جواب

(میرزایی) (قدر مطلق - معادله قدر مطلق) (آسان)

۱۱- گزینه «۲» - بنا به نمودار  $y = x^2 + 1$  در دامنه  $D_f = [-1, 2]$  برد آن

برابر  $R_f = [1, 5]$  است.  $R_f \subseteq B$



فقط گزینه «۲» صحیح است. (میرزایی) (تابع - مفهوم تابع) (متوسط)

مجموع پنج جمله اول  $= a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 5a_1 + 10d$

مجموع پنج جمله آخر  $= a_{11} + a_{12} + \dots + a_{15} = 5a_{11} + 60d$

$$5a_1 + 10d = 2(5a_1 + 60d) \Rightarrow 10a_1 + 170d = 0$$

$$a_1 + 17d = 0 \Rightarrow a_{18} = 0$$

(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات حسابی) (متوسط)

۲- گزینه «۲» -

$$\frac{a_n}{a_3} = q^{n-3} \Rightarrow q^5 = \frac{128}{4} = 32 \Rightarrow q = 2 \quad S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$a_3 = 4 \Rightarrow a_1 q^2 = 4 \Rightarrow a_1 = 1 \quad S_{10} = \frac{1(1-2^{10})}{1-2} = 1023$$

(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

صدق ریشه:

$$x = \alpha: \alpha^2 - 6\alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha(\alpha - 6) = -1 \Rightarrow \alpha - 6 = \frac{-1}{\alpha}$$

$$x = \beta: \beta^2 - 6\beta + 1 = 0 \Rightarrow \beta(\beta - 6) = -1 \Rightarrow \beta - 6 = \frac{-1}{\beta}$$

$$\text{عبارت} = \left(\frac{\alpha}{\beta-6}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{\alpha-6}\right)^2 = \left(\frac{\alpha}{-1}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{-1}\right)^2 = (\alpha\beta)^2 + (\alpha\beta)^2$$

$$= -2(\alpha\beta)^2 \xrightarrow{\alpha\beta=1} -2(1)^2 = -2$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} s = \alpha + \beta = 3 \\ p = \alpha \cdot \beta = 1 \end{cases}$$

$$S_1 = x_1 + x_2 = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{s^2 - 2p}{p} = \frac{9 - 2}{1} = 7$$

$$P_1 = x_1 \cdot x_2 = \frac{\alpha}{\beta} \times \frac{\beta}{\alpha} = 1 \quad x^2 - s_1x + p_1 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 1 = 0$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - ساخت معادله درجه دوم) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -

$$x^2 - 6x = t: \begin{cases} t^2 + 2t - 48 = 0 \\ (t+8)(t-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -8 \\ t = 6 \end{cases} \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = -8 \quad x^2 - 6x = 6$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ s_1 = 6 \end{cases} \quad x^2 - 6x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ s_2 = 6 \end{cases}$$

$$S = 6 + 6 = 12$$

(میرزایی) (معادله دو مجذوری - حل به روش تغییر متغیر) (متوسط)

۶- گزینه «۱» -

صفرهای تابع  $\beta = 5, \alpha = -1$

طول نقطه راس  $x_s = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{-1 + 5}{2} = 2$  راس  $S \begin{cases} x_s = 2 \\ y_s = 3 \end{cases}$

$$f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$$

$$f(x) = a(x+1)(x-5) \xrightarrow{S(2,3)} 3 = a(2+1)(2-5) \Rightarrow a = \frac{-1}{3}$$

$$f(x) = \frac{-1}{3}(x+1)(x-5)$$

$$f(-2) = \frac{-1}{3}(-2+1)(-2-5) = \frac{-7}{3}$$

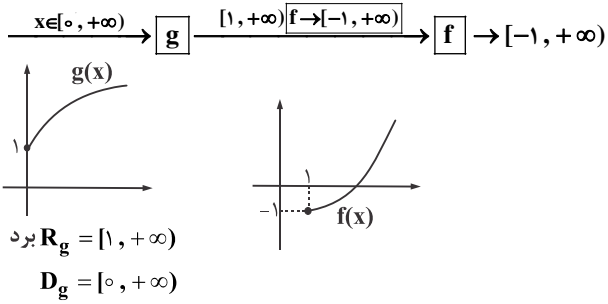
(میرزایی) (نمودار درجه دوم - طریقه نوشتن ضابطه) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -

صدق ریشه  $x = 4: \frac{k}{4+2} + \frac{k-1}{4} = \frac{16-4}{16-4}$

$$\frac{k}{6} + \frac{k-1}{4} = 1 \Rightarrow 2k + 3k - 3 = 12$$

$$5k = 15 \Rightarrow k = 3$$



(میزبایی) تابع - تابع مرکب (دشوار)

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\Delta}\right)^{x-2} > \frac{1}{100} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{\Delta}\right)^{x-2} > \frac{2}{25}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\Delta}\right)^{x-2} > \left(\frac{\sqrt{2}}{\Delta}\right)^2 \xrightarrow{0 < \frac{\sqrt{2}}{\Delta} < 1} x-2 < 2 \Rightarrow x < 4$$

اعداد طبیعی =  $\{1, 2, 3\}$

(میزبایی) تابع نمایی - حل نامعادله نمایی (متوسط)

$$A \Big|_9 \in f : 1 = 3^{a+b} \Rightarrow a+b=0$$

$$B \Big|_9 \in f : 9 = 3^{3a+b} \Rightarrow 3^2 = 3^{3a+b} \Rightarrow 3a+b=2$$

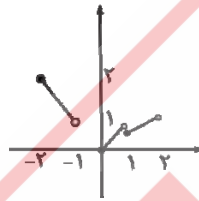
$$\begin{cases} a+b=0 \\ 3a+b=2 \end{cases} \Rightarrow a=1, b=-1$$

$$3a+b=2(1)+(-1)=1$$

(میزبایی) تابع نمایی - نمودار تابع نمایی (متوسط)

$$f(x) = \frac{x}{[x]+1}$$

$$-2 \leq x < 2 \rightarrow \begin{cases} -2 \leq x < -1 \Rightarrow [x] = -2: f(x) = -x \\ -1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1: f(x) = \frac{x}{0} \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0: f(x) = x \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1: f(x) = \frac{x}{2} \end{cases}$$



(میزبایی) تابع جز صحیح - نمودار تابع (متوسط)

$$9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -x^2 \geq -9 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \text{ (I)}$$

$$[x]-1=0 \Rightarrow [x]=1 \Rightarrow 1 \leq x < 2$$

$$D_f = [-3, 3] - [1, 2) = [-3, 1) \cup [2, 3]$$

$$\text{اعداد صحیح دامنه} = \{-3, -2, -1, 0, 2, 3\}$$

(میزبایی) تابع - دامنه تابع (متوسط)

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \text{ ریشه مخرج } c=-2$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax+b}{x+2}, x \neq -2 \\ d, x = -2 \end{cases}$$

$$x \neq -2: f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{x^2+ax+b}{x+2} = x-2$$

$$\Rightarrow x^2+ax+b = (x+2)(x-2) \Rightarrow x^2+ax+b = x^2-x-6$$

$$a=-1, b=-6$$

$$x=-2: f(-2) = g(-2)$$

$$d = -2-3 \Rightarrow d = -5$$

$$a+b+c+d = -1+(-6)+(-2)+(-5) = -14$$

(میزبایی) تابع - دو تابع مساوی (متوسط)

$$f^{-1}(6): f(x) = 6 \Rightarrow x+1+\sqrt{x+1} = 6 \Rightarrow x=3 \Rightarrow f^{-1}(6) = 3$$

$$f^{-1}(20): f(x) = 20 \Rightarrow x+1+\sqrt{x+1} = 20 \Rightarrow x=15 \Rightarrow f^{-1}(20) = 15$$

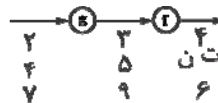
$$f^{-1}(6) + f^{-1}(20) = 3 + 15 = 18$$

(میزبایی) تابع - تابع وارون (متوسط)

$$A \Big|_7 \in f^{-1} \Rightarrow A \Big|_{12} \in f$$

$$f(x) = x^2 + 4x - 4 \Rightarrow 12 = \lambda + 4\lambda - 4 \Rightarrow 12 = 12$$

(میزبایی) تابع - تابع وارون (آسان)



$$f \circ g = \{(2, 4), (7, 6)\}$$

$$f \circ g \text{ مجموع بردهای تابع} = 4 + 6 = 10$$

(میزبایی) تابع - تابع مرکب (متوسط)