

حسابان ۱

۱- گزینه «۲» -

$$d = 7 - 3 = 4$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\frac{n}{2}(2 \times 3 + (n-1)(4)) > 1275 \Rightarrow \frac{n}{2}(6 + 4n - 4) > 1275$$

$$\frac{n}{2}(4n + 2) > 1275 \Rightarrow 2n^2 + n - 1275 > 0$$

n	$-\frac{25}{4}$	$\frac{25}{4}$	
$2n^2 + n - 1275$	+	-	+
	+	-	+
	+	-	+
	+	-	+

$$n > 25 \Rightarrow n \geq 26$$

(میرزایی) (دنباله حسابی - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - در دنباله هندسی داریم:

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = q^n + 1$$

$$\frac{S_8}{S_4} = \frac{153}{136} \Rightarrow q^4 + 1 = \frac{153}{136} \Rightarrow q^4 = \frac{17}{136}$$

$$q^4 = \frac{1}{8}$$

$$\frac{a_n}{a_m} = q^{n-m} \Rightarrow \frac{a_1}{a_9} = q^{1-9} \Rightarrow \frac{a_1}{a_9} = q^{-8}$$

$$\frac{a_1}{a_9} = (q^4)^{-2} = \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = 64$$

(کتاب همراه علوی) (دنباله حسابی - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

$$\frac{x^2 + 3x = t}{x^2 + 3x = t} \rightarrow t^2 - 7t - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 8 \end{cases}$$

$$t = -1: x^2 + 3x = -1 \Rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4 > 0; S_1 = \frac{-b}{a} = -3$$

$$t = 8: x^2 + 3x = 8 \Rightarrow x^2 + 3x - 8 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 + 32 > 0; S_2 = -\frac{b}{a} = -3$$

$$S = S_1 + S_2 = (-3) + (-3) = -6$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - حل معادلات به روش تغییر متغیر) (متوسط)

۴- گزینه «۲» -

$$2x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$S = \frac{2}{2}, p = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$$

$$8x^2 + kx - 1 = 0$$

$$S' = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2$$

$$\frac{-k}{8} = \alpha\beta(\alpha + \beta) \Rightarrow \frac{-k}{8} = \frac{-1}{2} \times \frac{2}{2} \Rightarrow k = 6$$

(سراسری ریاضی - ۹۰) (معادله درجه دوم - طریقه نوشتن معادله درجه دوم) (متوسط)

۵- گزینه «۴» -

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

$$f(x) = a(x + 4)(x - 2)$$

$$A \Big|_4^0 \in f : 4 = a(0 + 4)(0 - 2) \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x + 4)(x - 2)$$

$$f(1) = -\frac{1}{4}(1 + 4)(1 - 2) = \frac{5}{4}$$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - ضابطه نمودار درجه دوم) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$\text{مخرج م.م.ک} = 2(x-1)(x-2)(x+2)$$

$$2(x-1)(x-2)(x+2) \left(\frac{3}{(x-1)(x+2)} + \frac{x+1}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{2(x-2)} \right)$$

$$6(x-2) + 2(x^2-1) = (x-1)(x+2)$$

$$6x - 12 + 2x^2 - 2 = x^2 + x - 2$$

$$x^2 + 5x - 12 = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} \Rightarrow S = -5 \text{ مجموعه ریشه‌ها}$$

(میرزایی) (معادلات گویا و گنگ - حل معادله گویا) (متوسط)

۷- گزینه «۳» -

$$\sqrt{2x-5} = \sqrt{x+1} - 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید}} 2x-5 = (\sqrt{x+1}-1)^2$$

$$2x-5 = x+1+1-2\sqrt{x+1} \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = 7-x$$

به توان ۲ برسانید:

$$4(x+1) = 49 - 14x + x^2$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0 \Rightarrow (x-15)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=15 \text{ غ ق} \end{cases}$$

امتحان جواب $x=15$ در معادله صدق نمی‌کند.

$$k = 3 : k^2 + 2k = 9 + 6 = 15$$

(میرزایی) (معادلات گنگ و گویا - حل معادله گنگ) (متوسط)

۸- گزینه «۱» -

$$|x^2 - 5x + 1| = |x^2 - 5x - 3| \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 1 = x^2 - 5x - 3 \Rightarrow 1 \neq -3 \text{ غ ق} \\ x^2 - 5x + 1 = -(x^2 - 5x - 3) \end{cases}$$

$$2x^2 - 10x - 2 = 0$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1$$

(میرزایی) (قدر مطلق - معادلات قدر مطلق) (آسان)

۹- گزینه «۳» -

$$-3 < |x+1| - 2 < 3$$

$$-1 < |x+1| < 5 \Rightarrow |x+1| < 5$$

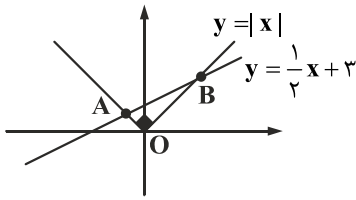
$$-5 < x+1 < 5$$

$$-6 < x < 4$$

$$\text{جواب} = (-6, 4)$$

$$b - a = 4 - (-6) = 10$$

(میرزایی) (قدر مطلق - نامعادله قدر مطلق) (متوسط)



$$y_1 = y_2$$

$$\frac{1}{2}x + 3 = |x| \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x + 3 = x \Rightarrow x = 6 \\ \frac{1}{2}x + 3 = -x \Rightarrow \frac{3}{2}x = -3 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \quad B \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \end{cases}$$

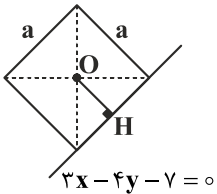
$$OA = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow OA = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

$$OB = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$S = \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times \sqrt{13} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{26}$$

(میرزایی) (قدر مطلق - رسم نمودار قدر مطلق) (متوسط)

$$OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



$$O(2, -1): OH = \frac{|2(2) - 4(-1) - 7|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}} \Rightarrow OH = \frac{|6 + 4 - 7|}{\sqrt{20}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{3}{\sqrt{5}} \Rightarrow a = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$S = a^2 = \frac{36}{5}$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

پس $x = 2$ تنها ریشه مخرج $g(x)$ باشد. $D_f = \mathbb{R} - \{2\} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{2\}$

$$x^2 - cx + 4 = (x - 2)^2 \Rightarrow x^2 - cx + 4 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow c = 4$$

$$g(x) = f(x) \Rightarrow \frac{ax + b}{(x - 2)^2} = \frac{\delta}{x - 2} \Rightarrow \delta(x - 2) = ax + b \Rightarrow \delta x - 2\delta = ax + b \Rightarrow a = \delta, b = -2\delta$$

$$a + b + c = \delta - 2\delta + 4 = -\delta + 4 = -1 \Rightarrow \delta = 5$$

(میرزایی) (تابع - دو تابع مساوی) (متوسط)

$$\sqrt{4 - x^2}: 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$\sqrt{x^2 - 1}: x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases} \quad (2) \text{ رابطه}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow D = [-2, -1] \cup [1, 2]$$

$$\text{طول بازه دامنه} = 1 + 1 = 2$$

(میرزایی) (تابع - دامنه تابع) (متوسط)

$$[x] + 3 + [x] - 5 = 6$$

$$2[x] = 8 \Rightarrow [x] = 4 \Rightarrow 4 \leq x < 5$$

$$x \in [4, 5)$$

$$\left. \begin{matrix} a = 4 \\ b = 5 \end{matrix} \right\} \Rightarrow a + b = 9$$

(میرزایی) (تابع - معادله جزء صحیح) (آسان)

۱۵- گزینه «۳» -

$$D_{f+2g} = D_f \cap D_g = \{-1, 2, 4\}$$

$$f(-1)+2g(-1)=\delta+2(2) \quad f(4)+2g(4)=\lambda+2(-7)$$

$$f+2g = \left\{ \begin{matrix} (-1, 11) \\ (2, -\delta) \\ (4, -6) \end{matrix} \right\}$$

$$f(2)+2g(2)=-2+2(-1)$$

(میرزایی) تابع - اعمال اصلی روی تابع (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$2x-3=t \Rightarrow x = \frac{t+3}{2}$$

$$f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13$$

$$f(t) = 4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{t+3}{2}\right) + 13 = t^2 + 6t + 9 - 7t - 21 + 13$$

$$f(t) = t^2 - t + 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - x + 1$$

(سراسری تجربی - ۹۷) تابع - تابع مرکب (fog) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» -

$$f^{-1} = \{(2, 1), (\delta, 2), (4, 3), (6, 4)\}$$

$$g \circ f^{-1} : x = 2, y = g(f^{-1}(2)) = g(1) = 2 \text{ تن (تعریف نشده)}$$

$$x = \delta, y = g(f^{-1}(\delta)) = g(2) = 3$$

$$x = 4 : y = g(f^{-1}(4)) = g(3) = 1$$

$$x = 6 : y = g(f^{-1}(6)) = g(4) = 2$$

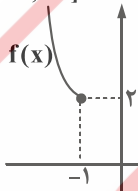
$$g \circ f^{-1} = \{(\delta, 3), (4, 1), (6, 2)\}$$

(میرزایی) تابع - تابع مرکب و وارون (دشوار)

۱۸- گزینه «۳» -

$$R_f = [2, +\infty) \text{ بُرد}$$

$$D_f = (-\infty, -1]$$



$$y = x^2 + 2x + 1 + 2$$

$$y = (x+1)^2 + 2, (x+1)^2 = y - 2$$

$$|x+1| = \sqrt{y-2} \xrightarrow{D=(-\infty, -1]} -(x+1) = \sqrt{y-2}$$

$$x+1 = -\sqrt{y-2} \Rightarrow x = -\sqrt{y-2} - 1$$

$$f^{-1}(x) = -\sqrt{x-2} - 1; D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$$

(میرزایی) تابع - وارون تابع (دشوار)

۱۹- گزینه «۱» -

$$4^{2x-1} > \frac{4^{x+1}}{1024} \Rightarrow (4^2)^{2x-1} > \frac{4^{x+1}}{4^{10}} \Rightarrow 4^{4x-2} > 4^{x-9} \Rightarrow 4x-2 > x-9 \Rightarrow 3x > -7$$

$$x > \frac{-7}{3} \Rightarrow x \in \left(\frac{-7}{3}, +\infty\right)$$

(میرزایی) تابع نمایی - حل نامعادله نمایی (متوسط)

$$y = (-2) + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$$

$$\begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \in f(x) : 0 = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} \Rightarrow 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} \Rightarrow 2 = 2^{-A-B} \Rightarrow -A-B = 1$$

$$\begin{cases} 2 \\ 2 \end{cases} \in f(x) : 2 = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} \Rightarrow 4 = 2^{-2A+B} \Rightarrow 2^2 = 2^{-2A+B} \Rightarrow -2A+B = 2$$

$$\begin{cases} -A-B=1 \\ -2A+B=2 \end{cases} \Rightarrow A=-1, B=0 \Rightarrow A-B=-1-0=-1$$

(سراسری ریاضی - ۹۸ با تغییر) (تابع نمایی - نمودار تابع نمایی) (متوسط)

سراسری