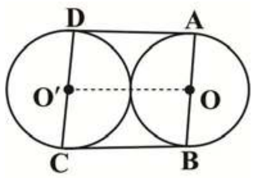
هندسه ۲

۱- گزینه «۳» ـ



$$\left.\begin{array}{l} AB = CD = ۲R = ۶ \\ AB \parallel CD \end{array}\right\} \Rightarrow$$ ABCD متوازی الاضـــلاع اســـت

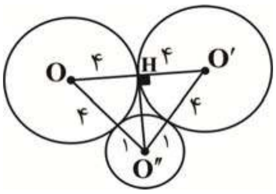
$AD = CB = OO' = ۶$

پس ABCD لوزی است، یعنی:

$۲۴ = ۴ \times ۶ =$ محیط ABCD

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ اوضاع نسبی دو دایره)

۲- گزینه «۴» ـ مثلث $OO'O''$ متساوی‌الساقین است پس $O''H$ ارتفاع وارد بر قاعده OO' نقش میانه نیز دارد پس داریم:

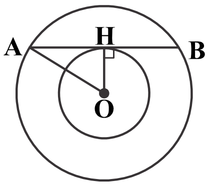


$$O''H = \sqrt{۲۵ - ۱۶} = ۳$$

$$S_{\overset{\Delta}{OO'O''}} = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۳ = ۱۲$$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ اوضاع نسبی دو دایره)

۳- گزینه «۲» ـ



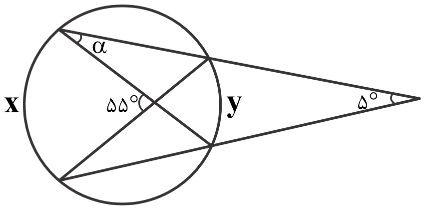
$$\overset{\Delta}{OAH} : OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ \Rightarrow R^۲ = AH^۲ + r^۲ \quad (۱)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{محیط دایـــره بـــزرگ} = ۲\pi R = ۶\pi \Rightarrow R = ۳ \\ \text{مساحت دایره کوچـــک} = \pi r^۲ = \pi \Rightarrow r = ۱ \end{array}\right\} \xrightarrow{(۱)} ۳^۲ = AH^۲ + ۱^۲$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲} \xrightarrow{\text{قضیه قطر عمـــود بـــر وتـــر}} AB = ۲AH = ۴\sqrt{۲}$$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ وتر در دایره)

۴- گزینه «۴» ـ

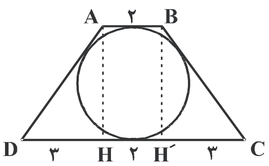


$$\left.\begin{array}{l} \frac{x-y}{۲} = ۵° \Rightarrow x - y = ۱۰° \\ \frac{x+y}{۲} = ۵۵° \Rightarrow x + y = ۱۱۰° \end{array}\right\} \xrightarrow{+} ۲x = ۱۲۰° \Rightarrow x = ۶۰° \xrightarrow{x-y=۱۰°} y = ۵۰°$$

زاویه محاطی: $\alpha = \frac{y}{۲} = \frac{۵۰°}{۲} = ۲۵°$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ زاویه در دایره)

۵- گزینه «۲» ـ

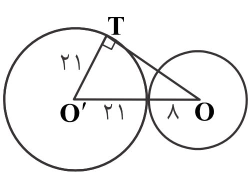


$$\left.\begin{array}{l} AD = BC \\ ۲ + ۸ = AD + BC \end{array}\right\} \Rightarrow AD = ۵$$

$$AH^۲ = AD^۲ - DH^۲ = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \Rightarrow AH = ۴$$

(گروه مؤلفان علـوی) (فصل اول ـ دایره ـ چند ضلعی محیطی)

۶- گزینه «۱» ـ دو دایره مماس بیرونی هستند، پس $OO' = ۲۱ + ۸ = ۲۹$ و در مثلث قائم‌الزاویه $OO'T$ داریم:



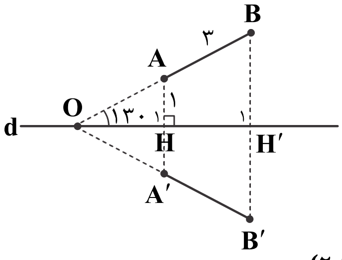
$$\overset{\Delta}{OTO'} : OT^۲ = OO'^۲ - O'T^۲ = ۲۹^۲ - ۲۱^۲ = (۲۹ - ۲۱)(۲۹ + ۲۱)$$

$$= OT^۲ = ۸ \times ۵۰ \Rightarrow OT = ۲۰$$

(گروه مؤلفان علـوی) (فصل اول ـ دایره ـ اوضاع نسبی دو دایره)

۷- گزینه «۲» ـ (فیروزی) (فصل دوم ـ تبدیل‌های هندسی و کاربردها ـ بازتاب)

۸- گزینه «۳» ــ



$$O\overset{\Delta}{A}H : \hat{H}_۱ = ۹۰^\circ \xrightarrow[AH=۱]{\hat{O}_۱=۳۰^\circ} OA = ۲ \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۲ = \sqrt{۳}$$

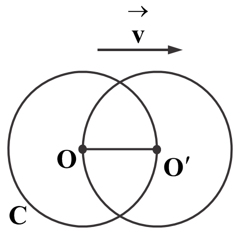
$$O\overset{\Delta}{B}H' : \hat{H}'_۱ = ۹۰^\circ \xrightarrow[\hat{B}=۶۰^\circ]{\hat{O}_۱=۳۰^\circ} BH' = \frac{OB}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵ \Rightarrow BB' = ۵$$

$$OH' = \frac{\sqrt{۳}}{۲}OB = \frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۵ = \frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$$

$$HH' = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow S_{ABA'B'} = \frac{(۲+۵)\times\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}}{۲} = \frac{۲۱\sqrt{۳}}{۴}$$

(فیروزی) (فصل دوم ــ بازتاب)

۹- گزینه «۳» ــ در این سوال جهت بردار $\vec{v}$ تاثیری در راه‌حل ندارد و اندازه بردار $\vec{v}$ تاثیری در راه‌حل دارد. اندازه بردار $\vec{v}$ با شعاع دایره برابر است. پس انتقال یافته مرکز O تحت بردار $\vec{v}$ نقطه O' روی دایره C است. اگر به مرکز O' و شعاع R دایره‌ای رسم کنیم، این دایره انتقال یافته دایره C خواهد بود که مطابق شکل متقاطع است.



(گروه مؤلفان علــوی) (فصل دوم ــ انتقال)

۱۰- گزینه «۲» ــ هرگاه خط را حول نقطه واقع بر آن با زاویه ۱۸۰° دوران دهیم، بر خودش منطبق می‌شود. پس مختصات نقطــه O بایــد در معادلــه خط $x - ۲y = ۳$ صدق کند، بنابراین:

$$۳\alpha - ۴\alpha = ۳ \Rightarrow -\alpha = ۳ \Rightarrow \alpha = -۳$$

(گروه مؤلفان علــوی) (فصل دوم ــ دوران)