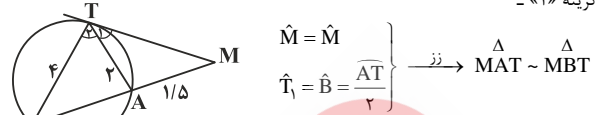


۱- گزینه «۱» -



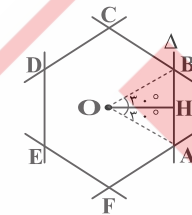
$$\hat{M} = \hat{M}' \quad \hat{T}_1 = \hat{B} = \frac{\widehat{AT}}{2} \rightarrow \Delta MAT \sim \Delta MBT$$

$$\Rightarrow \frac{MT}{MB} = \frac{MA}{MT} = \frac{TA}{BT} \Rightarrow \frac{MT}{1/5 + AB} = \frac{1/5}{MT} = \frac{2}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1/5 = \frac{2}{4} \Rightarrow MT = 2 \\ \frac{2}{1/5 + AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 4/5 \end{array} \right.$$

(علوی) (روابط طولی در دایره) (متوسط)

۲- گزینه «۴» - شکل حاصل شش‌ضلعی منتظمی به مرکز O است.



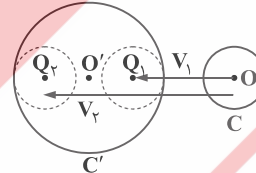
$$\Delta BOH : \tan 30^\circ = \frac{BH}{OH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1/2 AB}{2} \Rightarrow AB = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} AB^2 \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\text{شش‌ضلعی منتظم}} = 6 S_{\Delta AOB} = 8\sqrt{3}$$

(علوی) (تبدیل‌های هندسی - دوران) (دشوار)

۳- گزینه «۱» - در حالت مماس داخل طول خط‌المرکزین با قدرمطلق تفاضل شعاع دو دایره برابر است؛ یعنی:



$$OO' = R - R' = |2 - 6| = 4$$

فاصله مرکز دایره‌ها در ابتدا ۹ واحد است و پس از انتقال دایره C درون دایره C' تشکیل وضعیت مماس داخل، این فاصله باید ۴ واحد شود. به کمک بردارهای انتقال V1 یا V2 می‌توان حالت مماس داخل را ایجاد کرد. طول این بردارها برابر است با:

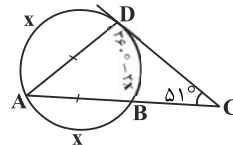
$$|\vec{V}_2| = OO' + O_2O' = 9 + 4 = 13$$

(علوی) (تبدیل‌های هندسی - انتقال) (متوسط)

۴- گزینه «۴» - گزینه «۴» صحیح است، در ادامه نادرستی سایر گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: گزینه «۱»: بازتاب نسبت به خط زاویه بین خطوط را حفظ می‌کند، ولی جهت شکل را حفظ نمی‌کند. گزینه «۲»: انتقال با برداری با طول غیرصفر نمی‌تواند نقطه ثابت تبدیل داشته باشد. گزینه «۳»: دوران لزوماً شیب خط را حفظ نمی‌کند.

(علوی) (تبدیل‌های هندسی - ویژگی تبدیل‌های انتقال، دوران و بازتاب) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -



$$AD = AB \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{AB} = x$$

$$\widehat{AD} + \widehat{AB} + \widehat{BD} = 360^\circ \Rightarrow x + x + \widehat{BD} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{BD} = 360^\circ - 2x$$

$$\hat{C} = \frac{|\widehat{AD} - \widehat{BD}|}{2} \Rightarrow 51^\circ = \frac{x - (360^\circ - 2x)}{2}$$

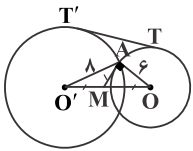
$$\Rightarrow 102^\circ = 3x - 360^\circ \Rightarrow x = 154^\circ \Rightarrow$$

$$\widehat{BD} = 360^\circ - 2x = 360^\circ - 2 \times 154^\circ = 52^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{1}{2} \widehat{BD} = \frac{1}{2} \times 52^\circ = 26^\circ$$

(سراسری یا تغییر) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه بین مماس و قاطع) (متوسط)

۶- گزینه «۳» -



$$AM = \frac{1}{3} OO'$$

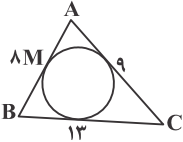
می‌دانیم اگر در مثلثی اندازه میانه وارد بر یک ضلع، نصف اندازه آن ضلع باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است؛ یعنی:

$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow OO'^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow OO' = 10$$

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{10^2 - (8 - 6)^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

(سراسری یا تغییر) (روابط طولی در دایره - طول مماس مشترک خارجی) (دشوار)

۷- گزینه «۱» -

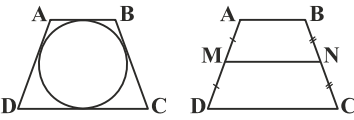


$$P = \frac{8 + 9 + 13}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\frac{AM}{BM} = \frac{P - a}{P - b} = \frac{15 - 13}{15 - 9} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(کتاب همراه علوی یا تغییر) (دایره محاطی داخلی مثلث - طول قطعات) (آسان)

۸- گزینه «۴» -



در هر دوزنقه می‌دانیم پاره‌خطی که وسط‌های ساق‌ها را به هم وصل می‌کند، میانگین دو قاعده است.

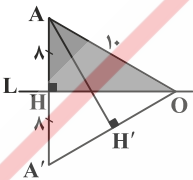
$$MN = \frac{AB + DC}{2} = 14 \Rightarrow AB + DC = 28$$

در هر چهارضلعی محاطی مجموع دو ضلع مقابل با هم برابر است؛ یعنی:

$$AB + CD = AD + BC = 28$$

پس محیط دوزنقه برابر ۵۶ = ۲ × ۲۸ است. (کتاب همراه علوی یا تغییر) (چندضلعی‌های محاطی و محاطی - دوزنقه متساوی‌الساقین محاطی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -



$$AH = A'H = \frac{1}{2} AA' = \frac{1}{2} \times 18 = 9$$

$$\Delta AOH : OH = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$$

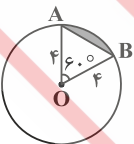
$$OA' = OA = 10$$

$$S_{\Delta AOA'} = \frac{1}{2} OH \times AA' = \frac{1}{2} AH' \times OA' \Rightarrow$$

$$6 \times 18 = AH' \times 10 \Rightarrow AH' = 9/6$$

(کتاب درسی) (تبدیل‌های هندسی - تبدیل بازتاب) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -



$$S(\text{قطعه سایه زده}) = S(\text{قطاع } AOB) - S_{\Delta AOB}$$

$$S(\text{قطعه سایه زده}) = \frac{60}{360} \times \pi \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S(\text{قطعه سایه زده}) = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$$

(کتاب درسی) (روابط طولی در دایره - مساحت قطعه) (آسان)