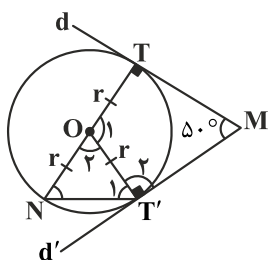


۱- گزینه «۳» - می‌دانیم خط مماس بر دایره در نقطه تماس با دایره بر شعاع آن نقطه عمود است.



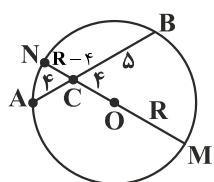
$$\begin{aligned} \Delta MTOT': \hat{M} + \hat{T} + \hat{O}_1 + \hat{T}' &= 360^\circ \\ \Rightarrow 50^\circ + 90^\circ + \hat{O}_1 + 90^\circ &= 360^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 130^\circ \\ \Rightarrow \hat{O}_2 &= 180^\circ - \hat{O}_1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ \end{aligned}$$

$$\Delta NOT': ON = OT' = r \Rightarrow \hat{T}' = \hat{N}_1 = \frac{180^\circ - \hat{O}_2}{2} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

$$\hat{NT}'M = \hat{T}' + \hat{T}' = 65^\circ + 90^\circ = 155^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -



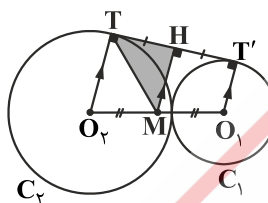
$$NC \times MC = AC \times BC \Rightarrow (R - 4)(R + 4) = 4 \times 5$$

$$R^2 - 16 = 20 \Rightarrow R^2 = 36$$

$$S = \pi R^2 = 36\pi$$

(علوی) (رابطه‌های طولی در دایره) (متوسط)

۳- گزینه «۴» -



$$MH = \frac{O_2T + O_1T'}{2} = \frac{6 + 2}{2} = 4$$

$$TH = HT' = \frac{2\sqrt{RR'}}{2} = \sqrt{2 \times 6} = 2\sqrt{3}$$

$$\Delta MHT: MT^2 = TH^2 + MH^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2 = 12 + 16 = 28$$

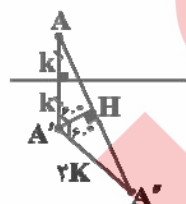
$$\Rightarrow MT = 2\sqrt{7}$$

M روی عمود منصف TT' است. $\Rightarrow MT = MT' = 2\sqrt{7}$

$$MT + MT' = 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$$

(علوی) (وضع دو دایره نسبت به هم و طول مماس مشترک) (دشوار)

۴- گزینه «۱» -



$$\Delta AHA': \text{رو به } 60^\circ \text{ به } AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AA' = \frac{\sqrt{3}}{2} (2k) = k\sqrt{3}$$

$$AH = A''H = \frac{AA''}{2} \Rightarrow AA'' = 2AH = 2(k\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}k$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{3}k = 12\sqrt{2} \Rightarrow k = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

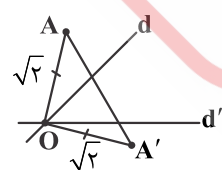
(علوی) (تبدیل‌های هندسی) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - هر تبدیل طول یا اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند، ولی موقعیت و جهت شکل می‌تواند تغییر کند (مانند: تبدیل بازتاب).

(علوی) (تبدیل‌های هندسی) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - می‌دانیم ترکیب دو بازتاب متوالی نسبت به محورهای بازتاب متقاطع معادل یک دوران است با زاویه

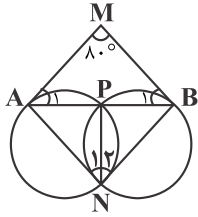
دوران برابر دو برابر زاویه تقاطع دو محور بازتاب، بنابراین داریم:



$$\left. \begin{aligned} \hat{AOA'} &= 2 \times 45^\circ = 90^\circ \\ OA &= OA' = \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AA'^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 4 \Rightarrow AA' = 2$$

(علوی) (تبدیل‌های هندسی) (متوسط)

۷- گزینه «۱» -



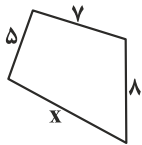
$$\begin{cases} \hat{N}_1 = \frac{\widehat{AP}}{2} \\ \hat{A}_1 = \frac{\widehat{AP}}{2} \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{N}_1, \begin{cases} \hat{N}_2 = \frac{\widehat{PB}}{2} \\ \hat{B}_2 = \frac{\widehat{PB}}{2} \end{cases} \Rightarrow \hat{N}_2 = \hat{B}_2$$

$$\hat{M} + \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{M} + \hat{N}_1 + \hat{N}_2 = 180^\circ \Rightarrow 80^\circ + \hat{N}_1 + \hat{N}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{N} = 100^\circ$$

(کتاب همراه علوی) (دایره) (دشوار)

۸- گزینه «۱» - در یک چهارضلعی محیطی نیمسازهای چهار زاویه داخلی در یک نقطه هم‌رسند و برعکس. اگر نیمسازهای داخلی زاویه‌های یک چهارضلعی در یک نقطه هم‌رس باشند، چهارضلعی محیطی است (و نقطه هم‌رسی نیمسازها مانند مثلث مرکز دایره محاطی است).

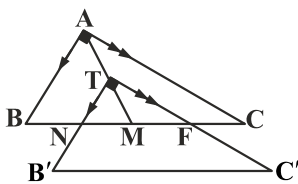
چون سه نیمساز در یک نقطه هم‌رس هستند، پس فاصله این نقطه هم‌رسی از چهارضلعی برابر است، بنابراین نیمساز رأس چهارم نیز از این نقطه می‌گذرد، پس این چهارضلعی محیطی است و بدین ترتیب:



$$\Rightarrow 7 + x = 5 + 8 \Rightarrow x = 6$$

(کتاب همراه علوی) (دایره) (متوسط)

۹- گزینه «۱» -



$$\Delta NTF \sim \Delta ABC \Rightarrow (\text{نسبت تشابه}) = (\text{نسبت مساحت})^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta NTF}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{TM}{AM}\right)^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{TM}{AM} = \frac{1}{4}$$

در هر مثلث قائم‌الزاویه طول میانه وارد بر وتر نصف طول وتر است، بنابراین:

$$\frac{TM}{BC} = \frac{1}{4} \xrightarrow{BC=8} \frac{TM}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow TM = 1 \Rightarrow AT = AM - TM = 4 - 1 = 3$$

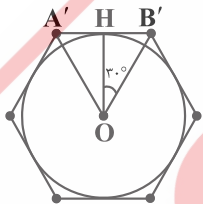
(سراسری ریاضی - ۹۸) (انتقال و ویژگی‌های آن) (دشوار)

۱۰- گزینه «۳» -



$$S_{\text{شش ضلعی منتظم محاطی}} = 6 \times S_{\Delta OAB} = 6 \times \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3} \Rightarrow R^2 = 4 \Rightarrow R = 2$$

$$\Delta OB'H : \tan 30^\circ = \frac{B'H}{OH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{B'H}{2} \Rightarrow B'H = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'B' = 2B'H = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$



$$S_{\text{شش ضلعی منتظم}} = 6 \times S_{\Delta OA'B'} = 6 \times \frac{A'B'^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{6 \times \frac{16}{9} \times \sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3}$$

(سراسری ریاضی - ۹۸) (چندضلعی‌های محیطی و ویژگی‌های آن‌ها) (دشوار)