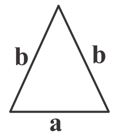
هندسه ۱

۱- گزینه «۴» ـ



$$\text{محیط مثلث} = ۱۲ \Rightarrow ۲b + a = ۱۲ \Rightarrow a = ۱۲ - ۲b \quad (۱)$$

از طرف دیگر، بنابر نامساوی مثلث داریم:

$$a < b + b \Rightarrow a < ۲b \quad (۲)$$

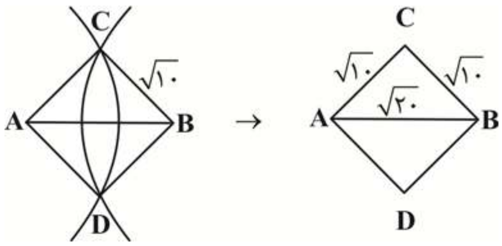
$$\xrightarrow{(۲),(۱)} ۱۲ - ۲b < ۲b \Rightarrow ۳ < b$$

(فیروزی) (فصل اول ـ ترسیم و استدلال ـ ترسیم)

۲- گزینه «۲» ـ

$AB^۲ = AC^۲ + BC^۲ \xrightarrow[\text{فیثاغورث}]{\text{عکس قضیه}}$ ABC قائم الزاویه است.

$$\Rightarrow \hat{C} = ۹۰^\circ \quad (۱)$$



بنابراین ABCD، چهارضلعی است که چهارضلع برابر دارد (لوزی به طول ضلع $\sqrt{۱۰}$) و چون قطرهای آن برهم عمودند یک زاویه قائم دارد (طبق رابطه (۱) پس ABCD مربع است. (گروه مؤلفان علــوی) (فصل اول و سوم ـ ترکیب ترسیم و چهارضلعی‌ها)

۳- گزینه «۴» ـ دو n ضلعی منتظم همواره متشابه‌اند:

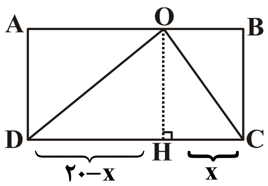
$$\text{نسبت مساحت‌ها} = \frac{۹}{۱۶} = (\text{نسبت تشابه})^۲ \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{۳}{۴}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \frac{a}{۶} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow a = \frac{۹}{۲} \\ \text{یا} \\ \frac{۶}{a} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow a = ۸ \end{cases}$$

(گروه مؤلفان علــوی) (فصل دوم ـ کاربرد تشابه)

۴- گزینه «۱» ـ OH ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه ODC است:



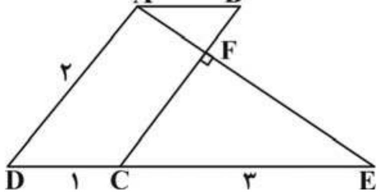
$$OH^۲ = DH \cdot CH \Rightarrow ۸^۲ = (۲۰ - x)x \Rightarrow x^۲ - ۲۰x + ۶۴ = ۰$$

$$\Rightarrow (x - ۴)(x - ۱۶) = ۰ \Rightarrow x = ۴$$

(گروه مؤلفان علــوی) (فصل دوم ـ روابط طولی در مثلث قائم الزاویه)

۵- گزینه «۱» ـ

ABCD متوازی‌الاضلاع است. $\Rightarrow AD \parallel BC$ داریم ADE طبق تالس در مثلث $\Rightarrow \frac{CE}{DE} = \frac{CF}{AD} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{CF}{۲} \Rightarrow CF = \frac{۳}{۲}$



$$FE = \sqrt{۹ - \frac{۹}{۴}} = \sqrt{\frac{۲۷}{۴}} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow S_{EFC} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۲} \times \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۸}$$

$$EF = \sqrt{CE^۲ - CF^۲}$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ تالس)

۶- گزینه «۴» ـ

$$\overset{\Delta}{BDC}: x^{۲} + x^{۲} = ۲ \Rightarrow x = ۱$$

$$S_{\overset{\Delta}{BDC}} = \frac{۱}{۲}x^{۲} = \frac{۱}{۲}$$

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث، اگر از نقطه تلاقی میانه به ۳ رأس مثلث وصل کنیم داخل مثلث اصلی، ۳ مثلث کوچک هم مساحت ایجاد می‌شود، پس داریم:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۳S_{\overset{\Delta}{BDC}} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ مساحت‌ها و میانه‌ها)

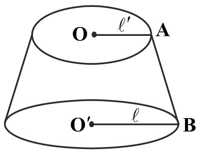
۷- گزینه «۳» ـ

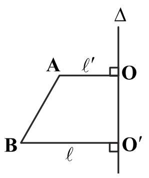
$$S = \frac{b}{۲} + i - ۱ \Rightarrow S' = \frac{b}{۲} + (i + ۳) - ۱ \Rightarrow S' = \frac{b}{۲} + i + ۲$$

$$S' - S = (\frac{b}{۲} + i + ۲) - (\frac{b}{۲} + i - ۱) = ۳$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ چند ضلعی‌های شبکه‌ای)

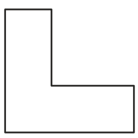
۸- گزینه «۴» ـ از دوران پاره‌خط AB حول d مخروطی پدید می‌آید که قسمت بالای آن حذف شده است، که به آن مخروط ناقص می‌گوییم.





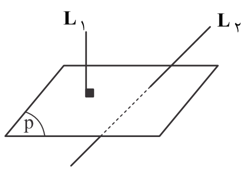
(صدقی) (فصل چهارم ـ دوران)

۹- گزینه «۲» ـ نمای چپ شکل C به‌صورت مقابل است:



(صدقی) (فصل چهارم ـ تجسم هندسی)

۱۰- گزینه «۴» ـ چون از خط $L_۱$ بی‌شمار صفحه، عمود بر صفحه P رسم می‌شود؛ بنابراین $L_۱$ بر P عمود است. چون از خط $L_۲$ تنهـا یـک صـفحه عمود بر صفحه P رسم می‌شود؛ بنابراین $L_۲$ بر P عمود نیست؛ بنابراین $L_۱$ و $L_۲$ نمی‌توانند موازی باشند (متقاطع یا متنافرند).



(سعیدی) (فصل چهارم ـ خط و صفحه)