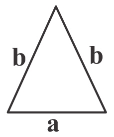
هندسه ۱

۱- گزینه «۴» ـ



$$\text{محیط مثلث} = ۱۲ \Rightarrow ۲b + a = ۱۲ \Rightarrow a = ۱۲ - ۲b \quad (۱)$$

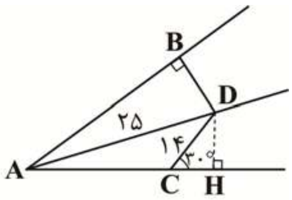
از طرف دیگر، بنابر نامساوی مثلث داریم:

$$a < b + b \Rightarrow a < ۲b \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} ۱۲ - ۲b < ۲b \Rightarrow ۳ < b$$

(فیروزی) (فصل اول ـ ترسیم و استدلال ـ ترسیم) (دشوار)

۲- گزینه «۲» ـ از D بر امتداد AC عمود می‌کنیم. چون AD نیمساز A است پس $BD = DH$.(۱)

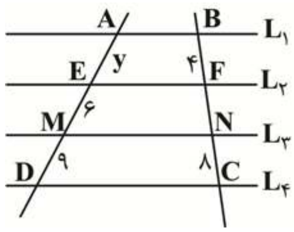


در مثلث قائم‌الزاویه CDH، ضلع مقابل به زاویه $۳۰°$ نصف وتر است، پس $DH = \frac{۱}{۲}CD = ۷$ بنابراین در رابطه (۱) داریم: $BD = ۷$. پس در مثلث قائم‌الزاویه ABD خواهیم داشت:

$$AB^۲ + BD^۲ = AD^۲ \Rightarrow AB = \sqrt{۲۵^۲ - ۷^۲} = ۲۴$$

(فیروزی) (فصل اول و دوم ـ ترسیم و مثلث قائم‌الزاویه) (متوسط)

۳- گزینه «۴» ـ طبق قضیه تالس در ذوزنقه $EFDC$ داریم:



$$\frac{EM}{MD} = \frac{FN}{NC} \Rightarrow \frac{۶}{۹} = \frac{FN}{۸} \Rightarrow FN = \frac{۱۶}{۳} \quad (۱)$$

و همچنین بنابر قضیه تالس در ذوزنقه $ABNM$ داریم:

$$\frac{AE}{EM} = \frac{BF}{FN} \xrightarrow{(۱)} \frac{y}{۶} = \frac{۴}{\frac{۱۶}{۳}} \Rightarrow y = \frac{۹}{۲}$$

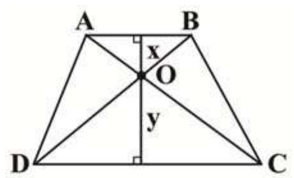
(فیروزی) (فصل دوم ـ تالس) (متوسط)

۴- گزینه «۲» ـ در لوزی قطرها برهم عمودند. بنابراین مثلث DEC قائم‌الزاویه است. در این مثلث بنابر روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$EF^۲ = DF \times FC \Rightarrow ۴ = ۱ \times FC \Rightarrow FC = ۴ \Rightarrow DC = ۱ + ۴ = ۵$$

پس محیط لوزی برابر است با: $۴ \times ۵ = ۲۰$ (فیروزی) (فصل دوم ـ روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه) (متوسط)

۵- گزینه «۱» ـ دو مثلث OAB و OCD متشابه‌اند، پس:



$$\frac{x}{y} = \frac{۴}{۶} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow ۳x = ۲y$$

$$x + y = ۵ \Rightarrow ۳x + ۳y = ۱۵ \Rightarrow ۲y + ۳y = ۱۵ \Rightarrow y = ۳ , x = ۲$$

پس مساحت OCD برابر است با:

$$S_{\underset{OCD}{\Delta}} = \frac{y \times CD}{۲} = \frac{۳ \times ۶}{۲} = ۹$$

از طرفی در مثلث ACD داریم (ارتفاع این مثلث ۵ است).

$$S_{\underset{ADC}{\Delta}} = \frac{۵ \times ۶}{۲} = ۱۵$$

پس داریم:

$$S_{\underset{ADO}{\Delta}} = S_{\underset{ADC}{\Delta}} - S_{\underset{OCD}{\Delta}} = ۱۵ - ۹ = ۶$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ تشابه) (دشوار)

۶- گزینه «۴» ـ

$$\overset{\Delta}{BDC}: x^{۲} + x^{۲} = ۲ \Rightarrow x = ۱$$

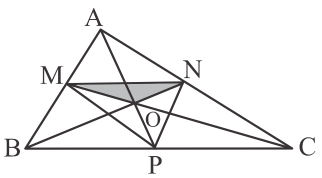
$$S_{\overset{\Delta}{BDC}} = \frac{۱}{۲}x^{۲} = \frac{۱}{۲}$$

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث، اگر از نقطه تلاقی میانه به ۳ رأس مثلث وصل کنیم داخل مثلث اصلی، ۳ مثلث کوچک هم مساحت ایجاد می‌شود، پس داریم:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۳S_{\overset{\Delta}{BDC}} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ مساحت‌ها و میانه‌ها) (متوسط)

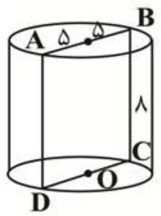
۷- گزینه «۴» ـ از نقطه P وسط ضلع BC به نقاط M و N وصل می‌کنیم. می‌دانیم مساحت مثلثی که از به هم وصل کردن اوساط اضلاع یک مثلث پدید می‌آید برابر با $\frac{۱}{۴}$ مساحت مثلث اولیه می‌باشد و میانه‌های مثلث اولیه بر میانه‌های مثلث حاصل منطبق‌اند، یعنی نقطه O مرکز ثقل هر دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{MNP}$ می‌باشد، بنابراین داریم:



$$S_{\overset{\Delta}{OMN}} = \frac{۱}{۳}S_{\overset{\Delta}{MNP}} \xrightarrow{S_{\overset{\Delta}{MNP}} = \frac{۱}{۴}S_{\overset{\Delta}{ABC}}} S_{\overset{\Delta}{OMN}} = \frac{۱}{۳}(\frac{۱}{۴}S_{\overset{\Delta}{ABC}}) = \frac{۱}{۱۲}S_{\overset{\Delta}{ABC}}$$

(سراسری خارج از کشور ریاضی ـ ۸۹) (فصل سوم ـ مساحت) (متوسط)

۸- گزینه «۱» ـ اگر استوانه‌ای قائم را با صفحه عمودی گذرا از مرکز قاعده آن برش بزنیم، مستطیل ایجاد می‌شود. پس در اینجا مستطیلی ایجاد می‌شود که طول آن دو برابر شعاع قاعده یعنی ۱۰ و عرض آن برابر ارتفاع استوانه یعنی ۸ است. پس داریم:



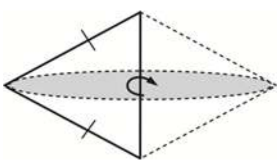
$$\text{مساحت سطح مقطع} = ۸ \times ۱۰ = ۸۰$$

(فیروزی) (فصل چهارم ـ برش) (متوسط)

۹- گزینه «۴» ـ با توجه به شکل سه بعدی، نمای راست و نمای روبه‌روی صحیح در شکل‌های گزینه «۴» آمده است.

(کتاب همراه علوی) (فصل چهارم ـ تفکر تجسمی) (آسان)

۱۰- گزینه «۱» ـ دو مخروط قائم است که قاعده آن‌ها به هم چسبیده است.



(کتاب همراه علوی) (فصل چهارم ـ دوران) (آسان)