ریاضی ۱

۱- گزینه «۲» ـ

$$\frac{۵p-۱+۲p+۳}{۲}=۳p+۴ \Rightarrow p=۶$$

$$p=۶ \Rightarrow ۱۵, ۲۲, ۲۹ \Rightarrow d=۲۲-۱۵=۷$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول ـ درس چهارم ـ دنباله حسابی)

۲- گزینه «۱» ـ

$$((\sqrt{۳\sqrt[۳]{۸۱\sqrt{۹}}})^{\sqrt[۳]{۳+۱}})^{\sqrt[۳]{۳+۱}}=۳\sqrt[۳]{۲۷\times۹}=۳\sqrt[۳]{۲۷}\times\sqrt[۳]{۹}=۳\times۳\times\sqrt[۳]{۳^۲}=۹\sqrt[۳]{۹}=۹\times۳^{\frac{۲}{۳}}=۳^{\frac{۸}{۳}}=\sqrt[۳]{۳^۸}$$

(رستمی‌کیا) (فصل سوم ـ درس سوم ـ توان‌های گویا)

۳- گزینه «۴» ـ

نکته: $(a+b)^۳=a^۳+b^۳+۳a^۲b+۳b^۲a \Rightarrow (a+b)^۳=a^۳+b^۳+۳ab(a+b)$

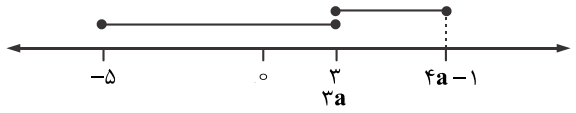
$$x^۳=(\sqrt[۳]{۱+\sqrt{۲}}+\sqrt[۳]{\sqrt{۲}-۱})^۳ \Rightarrow x^۳=۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۲}-۱+۳(۱)(x)$$

$$x^۳=۲\sqrt{۲}+۳x \Rightarrow x^۳-۳x=۲\sqrt{۲}$$

(رستمی‌کیا) (فصل سوم ـ درس چهارم ـ عبارات جبری)

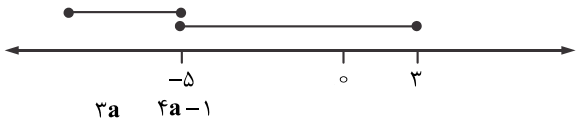
۴- گزینه «۲» ـ اگر اشتراک این دو مجموعه تنها شامل یک عضو باشد، یکی از دو حالت زیر پیش خواهد آمد:

حالت اول:



$$۳a=۳ \Rightarrow a=۱$$

حالت دوم:



$$۴a-۱=-۵$$

$$۴a=-۴ \Rightarrow a=-۱$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول ـ درس اول ـ مجموعه‌های متناهی و نامتناهی)

۵- گزینه «۴» ـ تعیین علامت می‌کنیم:

x	$-\infty$	-۲	-۱	۱	۲	$+\infty$
$(x+۱)^۲$	+	+	+	+	+	
$(x-۱)^۳$	−	−	−	+	+	
$x+۲$	−	+	+	+	+	
$(x-۲)^۵$	−	−	−	−	+	
y	−	+	+	+	−	+

در سه نقطه $x=-۲$ و $x=۱$ و $x=-۱$ تغییر علامت می‌دهد. (رستمی‌کیا) (فصل چهارم ـ درس سوم ـ تعیین علامت)

۶- گزینه «۴» ـ می‌توان با استفاده از روش تجزیه معادله را حل کرد:

$$x^{۲\sqrt{۲}}-۵x^{\sqrt{۲}}+۶=۰ \Rightarrow (x^{\sqrt{۲}}-۲)(x^{\sqrt{۲}}-۳)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x^{\sqrt{۲}}-۳=۰ \Rightarrow x^{\sqrt{۲}}=۳ \Rightarrow x=۳^{\frac{۱}{\sqrt{۲}}} \\ x^{\sqrt{۲}}-۲=۰ \Rightarrow x^{\sqrt{۲}}=۲ \Rightarrow x=۲^{\frac{۱}{\sqrt{۲}}} \end{cases}$$

(رستمی‌کیا) (فصل چهارم ـ درس اول ـ معادله درجه دوم و روش‌های حل آن)

۷- گزینه «۳» ـ

$$\frac{\sin(\pi-۲۰^\circ)-\cos(\pi+۲۰^\circ)}{\cos(\frac{\pi}{۲}+۲۰^\circ)+\sin(\frac{\pi}{۲}-۲۰^\circ)}=\frac{\sin ۲۰^\circ+\cos ۲۰^\circ}{-\sin ۲۰^\circ+\cos ۲۰^\circ} \xrightarrow{\div \cos ۲۰^\circ} \frac{\tan ۲۰^\circ+۱}{-\tan ۲۰^\circ+۱}=\frac{۰/۳۶+۱}{-۰/۳۶+۱}=\frac{۱/۳۶}{۰/۶۴}=\frac{۱۷}{۸}$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم ـ درس سوم ـ روابط بین نسبت‌های مثلثاتی)

۸- گزینه «۴» ـ دسته اول: اعدادی که رقم صدگان آن‌ها ۶ یا بزرگ‌تر باشد. در این حالت رقم صدگان ۴ حالت، رقم دهگان ۹ حالت و رقم یکان ۸ حالت خواهد داشت و داریم:

$$۴\times۹\times۸=۲۸۸$$

دسته دوم: اعدادی که رقم صدگان آن‌ها ۵ و رقم دهگان آن‌ها ۲ یا بزرگ‌تر باشد. در این حالت رقم صدگان یک حالت، رقم دهگان ۷ حالت و رقم یکان ۸ حالت دارد و داریم:

$$۱\times۷\times۸=۵۶$$

دسته سوم: اعدادی که رقم صدگان و دهگان آن‌ها به‌ترتیب برابر ۵ و رقم یکان آن‌ها بزرگ‌تر از ۴ باشد. در این حالت، رقم صدگان یک حالت، رقم دهگان یک حالت و رقم یکان ۴ حالت دارد و داریم:

$$۱\times۱\times۴=۴$$

جمع کل حالات : $۲۸۸+۵۶+۴=۳۴۸$

(رستمی‌کیا) (فصل ششم ـ درس اول ـ اصل شمارش)

۹- گزینه «۲» ـ در ریختن ۳ بار متوالی یک تاس همگن، تعداد اعضای نمونه‌ای $n(s)=۶^۳$ می‌باشد، از طرفی می‌دانیم اگر یک ریشه‌ی معادله درجه دوم برابر (-۱) باشد، داریم:

$$\left.\begin{matrix}ax^۲+bx+c=۰\\x=-۱\end{matrix}\right\}\Rightarrow a(-۱)^۲+b(-۱)+c=۰\Rightarrow b=a+c$$

پس اگر اعداد رو شده از ریختن متوالی ۳ تاس به‌صور ۳تایی مرتب (a,b,c) نشان دهیم آن‌گاه ۳ تایی مرتب زیر در رابطه $a+c=b$ صدق می‌کند، یعنی:

$$A=\{(۱,۲,۱)(۱,۳,۲)(۱,۴,۳)(۱,۵,۴)(۱,۶,۵)(۲,۳,۱)(۲,۴,۲)(۲,۵,۳)(۲,۶,۴)(۳,۵,۲)$$
$$(۳,۶,۳)(۴,۵,۱)(۴,۶,۲)(۵,۶,۱)\}$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۴}{۶^۳}$$

(رستمی‌کیا) (فصل هفتم ـ درس اول ـ احتمال)

۱۰- گزینه «۳» ـ ابتدا علی را در جای وسط می‌نشانیم، سپس بقیه نفرات را در بقیه جاها قرار می‌دهیم.

$$n(S)=۵\times۴\times۳\times۲\times۱=۵!$$
$$n(A)=\boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۱}\boxed{۲}\boxed{۱}=۴!\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴!}{۵!}=\frac{۱}{۵}$$

↑ علی

(رستمی‌کیا) (فصل هفتم ـ درس اول ـ احتمال)

۱۱- گزینه «۴» ـ

$$\binom{۵}{۳}\binom{۴}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۴}{۱}=۱۰\times۴\times۴\times۴=۶۴۰$$

↓ ۳ مدرسه از ۵ مدرسه

(رستمی‌کیا) (فصل ششم ـ درس دوم ـ جایگشت)

۱۲- گزینه «۲» ـ چون نمودار ۴ واحد به طرف xهای منفی یا چپ منتقل شده به جای xها، $x+۴$ قرار می‌دهیم و چون یک واحد به سمت بالا منتقل شده کل تابع را با یک جمع می‌کنیم:

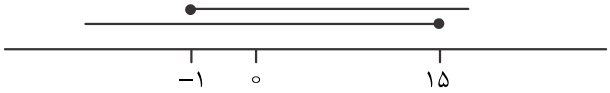
$$f(x)=|\frac{۱}{۲}(x+۴)|-۲+۱=|\frac{۱}{۲}(x+۴)|-۱$$

تقاطع دو تابع $\Rightarrow |\frac{۱}{۲}(x+۴)|-۱=|\frac{۱}{۲}x|-۲\xrightarrow{\text{جایگذاری گزینه‌ها}}x=-۳$

(رستمی‌کیا) (فصل پنجم ـ درس سوم ـ رسم نمودار به کمک انتقال)

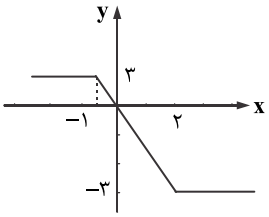
۱۳- گزینه «۱» ـ

$$\begin{cases}x+۱\geq۰\Rightarrow x\geq-۱\\۴-\sqrt{x+۱}\geq۰\Rightarrow ۴\geq\sqrt{x+۱}\Rightarrow ۱۶\geq x+۱\Rightarrow x\leq۱۵\end{cases}$$



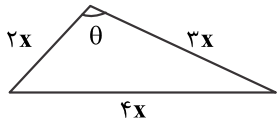
اشتراک این دو بازه دامنه تابع خواهد بود. (رستمی‌کیا) (فصل پنجم ـ درس اول ـ دامنه توابع)

۱۴- گزینه «۲» ـ آسان‌ترین روش حل این سؤال رسم نمودار آن است:
با توجه به شکل نمودار برد تابع برابر است با بازه $[-۳ , +۳]$



(رستمی‌کیا) (فصل پنجم ـ درس اول ـ برد توابع)

۱۵- گزینه «۴» ـ با کمی دقت به مقادیر اضلاع مثلث متوجه می‌شویم که در رابطه فیثاغورس صدق می‌کنند ⇐ مثلث ما قائم الزاویه است.



$$\cos c = \frac{\sqrt{۲۷}}{۶} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم ـ درس دوم ـ دایره مثلثاتی)

۱۶- گزینه «۱» ـ

$۹۰۰ = \underline{۹} \times \underline{۱۰} \times \underline{۱۰}$ تعداد اعداد سه رقمی

از این تعداد، نصف آن‌ها زوج و نصف آن‌ها فرد هستند، یعنی ۴۵۰ عدد فرد داریم. هر گاه یک عدد بر ۳ تقسیم شود باقی‌مانده‌ها، صفر یا یک یا دو هستند. بنابراین $\frac{۱}{۳}$ اعداد مورد نظر مضرب ۳ هستند یعنی ۱۵۰ تا.

$$P(\text{۳ مضرب}) = \frac{۱۵۰}{۴۵۰} = \frac{۱}{۳}$$

(رستمی‌کیا) (فصول ششم و هفتم ـ درس اول ـ احتمال و اصل شمارش)

۱۷- گزینه «۲» ـ با توجه به اینکه رابطه A یک تابع است و زوج مرتب‌های $(۲ , ۴)(۲ , a^۲ + ۳a)$ دارای مؤلفه‌های اول برابر هستند، باید مؤلفه‌های دوم هم برابری نیز داشته باشد:

$$a^۲ + ۳a = ۴ \Rightarrow a^۲ + ۳a - ۴ = ۰ \Rightarrow a = ۱ , -۴$$

به ازای $a = -۴$ زوج مرتب‌های $(۱ , -۴)$ و $(a , ۴)$ دارای مؤلفه‌های اول برابر هستند بنابراین به ازای $a = -۴$ این رابطه تابع نخواهد بود و فقط $a = ۱$ قابل قبول است. (رستمی‌کیا) (فصل پنجم ـ درس اول ـ مفهوم تابع)

۱۸- گزینه «۲» ـ تنها عبارت (ب) درست است. (رستمی‌کیا) (فصل هفتم ـ درس دوم ـ مقدمه‌ای بر آمار)

۱۹- گزینه «۱» ـ در ضابطه تابع به‌جای x مقادیر $x+۱$ و $x-۱$ را قرار می‌دهیم

$$\left.\begin{array}{l} f(۱+x) = (۱+x)^۲(۱-x)^۲ \\ f(۱-x) = (۱-x)^۲(۱+x)^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow f(۱+x) - f(۱-x) = ۰$$

(سراسری ـ ۸۵) (فصل پنجم ـ درس اول ـ مفهوم تابع)

۲۰- گزینه «۴» ـ شرط دامنه $xf(x) \geq ۰$ است. با توجه به جدول روبه‌رو داریم:

x	-۴		-۳		۰		۱		۲
x		$-$		$-$	○	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$+$	○	$-$	|	$-$	○	$+$	
$xf(x)$		$-$	●	$+$	○	$-$	●	$+$	

$$\Rightarrow D_f = [-۳ , ۰] \cup [۱ , ۲]$$

(سراسری ـ ۹۲ با تغییر) (فصول پنجم و چهارم ـ دروس اول و سوم ـ دامنه تابع و تعیین علامت)