

## ریاضی و آمار

۱- گزینه «۴» -

$$(x^2 + 4x - 4)^2 - 64 = (x^2 + 4x - 4)^2 - 8^2 \quad \text{اتحاد مزدوج} \quad (x^2 + 4x - 4 - 8)(x^2 + 4x - 4 + 8) =$$

$$(x^2 + 4x - 12)(x^2 + 4x + 4) \quad \text{اتحاد جمله مشترک} \quad (x+6)(x-2)(x+2)^2 \Rightarrow \text{عامل } x-6 \text{ وجود ندارد.}$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad \text{اتحاد مزدوج}$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + \underbrace{(a+b)}_{\text{جمع}}x + \underbrace{a \cdot b}_{\text{ضرب}} \quad \text{اتحاد جمله مشترک}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس اول - چند اتحاد جبری و کاربردها)

۲- گزینه «۳» - اگر  $\Delta = 0$  آن گاه معادله درجه دوم دارای یک جواب است که در این حالت این ریشه را ریشه مضاعف می نامند.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x^2 - 6x + k = 0 \Rightarrow a = 1, b = -6, c = k$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(k) \quad \Delta = 0 \Rightarrow 36 - 4k = 0 \Rightarrow 36 = 4k \Rightarrow k = 9$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس دوم - حل معادله درجه ۲ و کاربردها)

۳- گزینه «۱» -

$$-\frac{x}{x-3} - 2x + \frac{x^2 - 6}{x-3} = 0 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک گیری}} \frac{-x - 2x(x-3) + x^2 - 6}{x-3} = 0 \Rightarrow -x - 2x^2 + 6x + x^2 - 6 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}}$$

$$(x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \checkmark \\ x = 3 * \text{ قابل قبول نیست چون مخرج کسر را صفر می کند} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  معادله فقط یک جواب قابل قبول دارد.

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس سوم - معادله‌های شامل عبارتهای گویا)

۴- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{array}{l} \text{خط محور } x \text{ ها با طول } 4 \text{ قطع می کند} \\ \text{خط محور } y \text{ ها با عرض } 2 \text{ قطع می کند} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{نقطه } (-4, 0) \text{ روی خط قرار دارد.} \\ \text{نقطه } (0, 2) \text{ روی خط قرار دارد.} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{0 - (-4)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس سوم - نمودار تابع خطی)

۵- گزینه «۳» - سهمی در نقطه رأس خود دارای کمترین مقدار است:

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2 = -\frac{-8}{2a} \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

$$\xrightarrow{\text{نقطه } (2, -3) \text{ را در سهمی قرار می دهیم}} -3 = 2(2)^2 - 8(2) + c \Rightarrow -3 = 8 - 16 + c \Rightarrow c = -3 + 8 = 5 \Rightarrow a - c = 2 - 5 = -3$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس چهارم - نمودار تابع درجه ۲)

۶- گزینه «۱» - رنگ اتومبیل از جنس عدد و رقم نیست پس متغیر کیفی است. مقیاس اندازه‌گیری آن نیز اسمی است. چون این مقیاس برای

متغیرهایی است که شامل نام‌ها، برچسب‌ها و گروه‌ها می‌شود. (اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - گردآوری داده‌ها)

۷- گزینه «۳» - ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{8, 10, 12, 13}_{\text{میانها}} \quad \textcircled{15} \quad \underbrace{17, 18, 20, 22}$$

پس از مرتب کردن داده‌ها، مقداری که تعداد داده‌های بعد از آن با تعداد داده‌های قبل از آن برابر است، «میانها» است.

$$15 = 8, 10, 12, 13, 17, 18, 20, 22 \Rightarrow \text{بعد از حذف میانها}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{8 + 10 + 12 + 13 + 17 + 18 + 20 + 22}{8} = \frac{120}{8} = 15$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس دوم - معیارهای گرایش به مرکز)

۸- گزینه «۲» - توان دوم انحراف معیار را واریانس می نامند و با  $\sigma^2$  نمایش می دهند.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\bar{x} = \frac{5+1+4+2+3}{5} = 3 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(5-3)^2 + (1-3)^2 + (4-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2}{5} = \frac{4+4+1+1+0}{5} = 2$$

دامنه میان چارکی که با IQR نمایش داده می شود برابر است با:

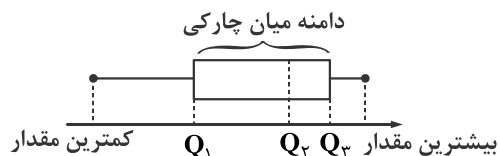
$$IQR = Q_3 - Q_1$$

که  $Q_3$  چارک سوم و  $Q_1$  چارک اول است. داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم:

$$Q_1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \quad Q_2 = \frac{3}{2} \quad Q_3 = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow IQR = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow IQR - \sigma^2 = 3 - 2 = 1$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس سوم - معیارهای پراکندگی)

۹- گزینه «۱» - در نمودار جعبه ای داریم:



با توجه به نمودار داده شده نتیجه می گیریم که چارک دوم (میانه) برابر ۶ می باشد. (اکبری) (پایه دهم - فصل پنجم - درس اول - نمودارهای یک متغیره)

۱۰- گزینه «۴» - متغیر سوم در نمودار حبابی، مساحت دایره را نشان می دهد.

$$\left. \begin{aligned} (98 \text{ سال}) \quad \pi r^2 = \pi(2)^2 = 4\pi \\ (99 \text{ سال}) \quad \pi r^2 = \pi(4)^2 = 16\pi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\text{تورم سال } 99}{\text{تورم سال } 98} = \frac{16\pi}{4\pi} = 4$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل پنجم - درس دوم - نمودارهای چند متغیره)

۱۱- گزینه «۱» - چون ارزش گزاره  $t$  نادرست است، بنابراین ارزش  $(t \wedge q)$  نادرست است و چون ارزش گزاره  $(t \wedge q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow t)$  درست است و

ارزش  $(t \wedge q)$  نادرست، بنابراین ارزش  $p \Rightarrow t$  باید نادرست باشد. در نتیجه ارزش  $p$  درست است. (ارزش  $t$  نادرست است):

$$(q \vee p) \Rightarrow t \equiv \underbrace{(q \vee T)}_T \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - گزاره ها و ترکیب گزاره ها)

۱۲- گزینه «۴» -  $x = -1$  در محدوده  $x \geq -2$  قرار دارد. بنابراین از ضابطه اول استفاده می کنیم:

$$f(-1) = 3(-1) - 1 = -3 - 1 = -4$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس اول - تابع چند ضابطه ای)

۱۳- گزینه «۲» - در تابع ثابت، برد تابع تنها شامل یک عضو است. در واقع در نمایش زوج مرتبی یک تابع ثابت، باید مؤلفه های دوم همه زوج

مرتبها با هم برابر باشند:

$$m + 2 = 4 \Rightarrow m = 2$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس اول - تابع ثابت)

۱۴- گزینه «۳» - در تابع پلکانی تمام ضابطه ها اعداد ثابت هستند. بنابراین در ضابطه دوم باید ضریب  $x$  صفر باشد تا به تابع ثابت تبدیل شود:

$$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع پلکانی)

۱۵- گزینه «۲» -

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

اگر  $x = -3/5 \Rightarrow \text{sign}([-3/5]) = \text{sign}(-4) = -1$

تابع جزء صحیح به تمام اعداد میان دو عدد صحیح متوالی  $k$  و  $k+1$  عدد صحیح  $k$  را نسبت می‌دهد:

$$-4 \leq -3/5 < -3 \Rightarrow [-3/5] = -4$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$x = \sqrt{2} \Rightarrow \text{sign}([\sqrt{2}]) = \text{sign}([1/4]) = \text{sign}(1) = 1 \cdot \times$$

$$x = 2/8 \Rightarrow \text{sign}([2/8]) = \text{sign}(2) = 1 \cdot \times$$

$$x = 0 \Rightarrow \text{sign}([0]) = \text{sign}(0) = 0 \cdot \times$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع جزء صحیح و علامت)

۱۶- گزینه «۳» - تابع قدر مطلق به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(x) = |x| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$|1 - \sqrt{3}| = -(1 - \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3}$$

منفی

$$|1 + \sqrt{3}| = 1 + \sqrt{3}$$

مثبت

$$\Rightarrow |1 - \sqrt{3}| - |1 + \sqrt{3}| = -1 + \sqrt{3} - (1 + \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = -2$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع قدر مطلق)

۱۷- گزینه «۱» -

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) \Rightarrow -2 = f(x) - (x - 2) \Rightarrow f(x) = -2 + (x - 2) = x - 4$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x - 4}{x - 2} \Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(0) = \frac{0 - 4}{0 - 2} = 2$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع)

۱۸- گزینه «۴» -

$$[x \cdot 0 / 4] \text{ (میانگین تعداد کلمات در هر جمله + درصد کلمات دشوار)} = \text{شاخص پایه آموزش}$$

این شاخص عددی بین ۱ تا ۱۲ است که نشان‌دهنده پایه تحصیلی است.

$$\text{برای پایه نهم مناسب است.} \Rightarrow [(15 + 9) \cdot 0 / 4] = [9 / 6] = 9$$

[ ] : علامت جزء صحیح. (اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس اول - شاخص‌های آماری)

۱۹- گزینه «۲» -

$$(14, 20) \Rightarrow \text{شیب } m = \frac{40 - 20}{16 - 14} = \frac{20}{2} = 10$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 20 = 10(x - 14) \Rightarrow y = 10x - 140 + 20 \Rightarrow y = 10x - 120$$

$$x = 15 \Rightarrow y = 10(15) - 120 = 150 - 120 = 30$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس دوم - سری‌های زمانی)

۲۰- گزینه «۳» - بررسی موارد:

الف) (نادرست)، برون‌یابی، تخمین داده‌های بعد یا قبل از داده‌های ثبت شده است.

ب) (نادرست)، اگر نمودار سری زمانی به شکل خط مستقیم باشد درون‌یابی در هر نقطه از آن هیچ خطایی نخواهد داشت.

پ) (درست)، درست است.

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس دوم - سری‌های زمانی)