

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - معادله درجه دوم به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ می باشد:

$$\begin{cases} a = -4 \\ b = m-1 \\ c = -(m-3) \end{cases}$$

$$S = -\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{-(m-1)}{-4} = 2 \Rightarrow m-1 = 8 \Rightarrow m = 9$$

m را در معادله جایگذاری می کنیم:

$$-4x^2 + 8x - 6 = 0$$

$$p = \frac{c}{a} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$$
 حاصل ضرب ریشه ها

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم و کاربردها) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+4} = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 3x - 4} \Rightarrow \frac{x+4-x+1}{(x-1)(x+4)} = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 3x - 4} \Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(2)(-5) = 49, x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ x_2 = -1 \end{cases}$$
 هر دو جواب قابل قبولند.

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس ۳ - معادله های شامل عبارتهای گویا) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$\begin{cases} (4, -3) \\ f(-5) = -6 \Rightarrow (-5, -6) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{-6+3}{-5-4} = \frac{1}{3}$$

معادله خط به صورت $y = mx + h$ می باشد که h عرض از مبدأ خط نامیده می شود. یکی از نقاط بالا را در این معادله قرار می دهیم:

$$(4, -3) \Rightarrow -3 = \frac{1}{3}(4) + h \Rightarrow -3 = \frac{4}{3} + h \Rightarrow h = -\frac{13}{3}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۳ - نمودار تابع خطی) (متوسط)

۴- گزینه «۴» - معادله سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ می باشد. چون محل تقاطع سهمی با محور y ها برابر -6 می باشد، بنابراین $c = -6$ است، از طرفی مختصات رأس سهمی به صورت $(3, -1)$ می باشد.

$$x = -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow b = -6a$$
 طول رأس سهمی

نقطه $(3, -1)$ را در معادله سهمی جایگذاری می کنیم:

$$-1 = a(3)^2 + b(3) - 6 \Rightarrow -1 = 9a - 18a - 6 \Rightarrow a = -\frac{5}{9}$$

$$b = -6a = -6\left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{10}{3} \Rightarrow y = -\frac{5}{9}x^2 + \frac{10}{3}x - 6$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (دشوار)

۵- گزینه «۳» - ابتدا داده ها را مرتب می کنیم تا میانه را به دست آوریم:

$$4, 5, 6, 7, 9, 11, 14, 17 \Rightarrow \text{میانه} = \frac{7+9}{2} = 8$$

عدد ۸ را به این داده ها اضافه می کنیم، پس میانگین را به دست می آوریم:

$$4, 5, 6, 7, 9, 11, 14, 17, 8 \Rightarrow \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{4+5+6+7+9+11+14+17+8}{9} \Rightarrow \bar{x} = \frac{81}{9} = 9$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۲ - معیارهای گرایش به مرکز) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - چون داده دورافتاده نداریم، از شاخص پراکندگی انحراف معیار استفاده می کنیم:

$$\bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2}{5}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۳ - معیارهای پراکندگی) (دشوار)

۷- گزینه «۴» - ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccc} Q_1 & \text{میانۀ } Q_2 & Q_3 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 22 \boxed{2} 22 & \boxed{4} & 46 \boxed{6} 68 \end{array} \Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 6 - 2 = 4$$

نکته: در یک سری از داده‌ها، میانۀ همان چارک دوم (Q_2) است. اگر میانۀ نیمه اول داده‌ها را حساب کنیم، چارک اول (Q_1) و اگر میانۀ نیمه دوم داده‌ها را حساب کنیم، چارک سوم (Q_3) به دست می‌آید. (اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس ۱ - نمودارهای یک متغیره) (متوسط)

۸- گزینه «۲» - متغیر سوم در نمودار جابجایی، همیشه مساحت دایره‌ها را نشان می‌دهد:

$$98 \text{ سال در مسکن} = \pi r^2 = \pi (\sqrt{2})^2 = 2\pi$$

$$99 \text{ سال در مسکن} = \pi r^2 = \pi (\sqrt{6})^2 = 6\pi$$

$$\Rightarrow \frac{\text{تورم مسکن در سال } 99}{\text{تورم مسکن در سال } 98} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس ۲ - نمودارهای چندمتغیره) (متوسط)

۹- گزینه «۲» - اعداد روی محورهای نمودار راداری، مقدار واقعی متغیرها نیستند و باید مقادیر واقعی را حساب کنیم:

$$100 \times \frac{\text{مقدار واقعی متغیر}}{\text{مقدار ماکزیمم}} = \text{عدد روی محور}$$

$$9 = \text{نمره ریاضی} \Rightarrow 100 \times \frac{\text{نمره ریاضی}}{18} = 50 \text{ : ریاضی}$$

$$12 = \text{نمره فیزیک} \Rightarrow 100 \times \frac{\text{نمره فیزیک}}{16} = 75 \text{ : فیزیک}$$

$$21 = 9 + 12 = \text{مجموع نمرات دروس ریاضی و فیزیک}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس ۲ - نمودارهای چندمتغیره) (دشوار)

۱۰- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} q \equiv T \\ p \equiv F \end{cases} \Rightarrow ((p \wedge r) \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim((q \vee s) \Rightarrow p) \equiv ((F \wedge r) \Rightarrow T) \Leftrightarrow \sim((T \vee s) \Rightarrow F) \equiv ((F \Rightarrow T) \Leftrightarrow \sim(T \Rightarrow F)) \equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» - می‌دانیم عکس نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $\sim q \Rightarrow \sim p$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\sim s \Rightarrow (p \vee q) \xrightarrow{\text{عکس نقیض}} \sim(p \vee q) \Rightarrow \sim(\sim s) \xrightarrow[\text{دمورگان}]{\text{قانون}} (\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow s$$

$$\text{قانون دمورگان} \begin{cases} \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \\ \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \end{cases}$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» - روش به کار رفته در استدلال مغالطه نادرست است. گزینه «۳» یک استدلال مغالطه می‌باشد. بقیه گزینه‌ها استدلال استثنایی می‌باشد.

$$\text{استدلال استثنایی} \begin{cases} p \Rightarrow q \\ p \\ \therefore q \end{cases} \quad \text{استدلال مغالطه} \begin{cases} p \Rightarrow q \\ q \\ \therefore p \end{cases}$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۲ - استدلال ریاضی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۱» - برد تابع ثابت یک عضو دارد، بنابراین:

$$n - 2 = -4 \Rightarrow n = -2$$

تمام مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های f باید برابر ۴ باشند:

$$m - 3 = -4 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow m + n = -1 - 2 = -3$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۱ - تابع ثابت) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» - در تابع پلکانی همه ضابطه‌ها عدد ثابت هستند، بنابراین ضریب x در ضابطه اول باید برابر صفر شود تا این ضابطه هم عدد ثابت شود:

$$\frac{k}{2} - 3 = 0 \Rightarrow k = 6$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۲ - تابع پلکانی) (آسان)

۱۵- گزینه «۳» -

$$[x - 2] = -2 \Rightarrow -2 \leq x - 2 < -1 \Rightarrow -2 + 2 \leq x < -1 + 2 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

$x = \frac{1}{4}$ در این محدوده قرار ندارد. (اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۲ - تابع جزء صحیح) (آسان)

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x^2-5x+6}} = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{(x-2)(x-3)}} = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}\sqrt{x-3}} = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$D_f : x \geq 2, D_g : x \geq 3$$

$$D_f \cap D_g : x \geq 3 \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = (x \geq 3) - \{2, 3\} = [3, \infty) - \{2, 3\} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = (3, \infty) \text{ یا } x > 3$$

$$*D_g : \sqrt{x^2-5x+6} = \sqrt{(x-2)(x-3)} = \sqrt{x-2}\sqrt{x-3}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ D: x \geq 2 & D: x \geq 3 \end{matrix}$$

$$(x \geq 2) \cap (x \geq 3) = x \geq 3$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۱۷- گزینه «۳» - ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$2, 3, 4, 6, \underline{10}, 12, 20, 90$$

چون داده دورافتاده (۹۰) داریم، برای به دست آوردن خط فقر از روش نصف میانه استفاده می‌کنیم:

$$\text{میانه} = \frac{6+10}{2} = 8$$

$$\text{میلیون تومان} = \frac{8}{2} = 4$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - شاخص‌های آماری - خط فقر) (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» -

$$\text{درصد تورم} = \frac{\text{شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه} - \text{شاخص بهای کالاها و خدمات در سال مورد نظر}}{\text{شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تورم} = \frac{90-60}{60} \times 100 = 50$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌های آماری - تورم) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» -

$$A(14, 45) \Rightarrow m = \frac{95-45}{16-14} = \frac{50}{2} = 25$$

$$B(16, 95) \Rightarrow y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 45 = 25(x - 14) \Rightarrow y = 25x - 305 \xrightarrow{x=15} y = 25(15) - 305 = 70$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۲ - سری‌های زمانی) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» - اگر نمودار سری زمانی به شکل خط مستقیم باشد، درون‌یابی در هر نقطه‌ای از آن هیچ خطایی نخواهد داشت، بنابراین گزینه «۴» صحیح است (اگر به شکل منحنی باشد، خطا داریم). (اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۲ - سری‌های زمانی) (آسان)