ریاضیات

۱- گزینه «۳» ـ دنباله تفاضلات را ببینید:

$$-۱ \underset{۱}{,} ۰ \underset{۲}{,} ۲ \underset{۳}{,} ۵ \ , \ \dots$$

قدرنسبت دنباله تفاضلات برابر (۱) است پس ضریب $n^۲$ در دنباله درجه دوم برابر $\frac{۱}{۲}$ خواهد بود و در نتیجه جمله عمومی $a_n = \frac{۱}{۲}n^۲ + bn + c$ می‌باشد.

$$\begin{cases} a_۱ = -۱ \\ a_۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱}{۲} + b + c = -۱ \\ ۲ + ۲b + c = ۰ \end{cases} \xrightarrow{(-)} \frac{۳}{۲} + b = ۱ \Rightarrow b = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲} + b + c = -۱ \xrightarrow{b=-\frac{۱}{۲}} c = -۱$$

جمله عمومی $a_n = \frac{۱}{۲}n^۲ - \frac{۱}{۲}n - ۱$ به دست می‌آید.

$$a_{۴۰} = \frac{۱}{۲} \times ۱۶۰۰ - \frac{۱}{۲} \times ۴۰ - ۱ = ۸۰۰ - ۲۱ = ۷۷۹$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل اول ـ درس سوم ـ دنباله درجه دوم)

۲- گزینه «۱» ـ با توجه به مکان نقطه P:

$$\begin{cases} x = \cos\theta \\ y = ۲x - ۱ = \sin\theta \end{cases} \xrightarrow{\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱} x^۲ + (۲x-۱)^۲ = ۱ \Rightarrow ۵x^۲ - ۴x = ۰ \Rightarrow x(۵x-۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = \frac{۴}{۵} \end{cases} \xrightarrow{x>۰} x = \frac{۴}{۵}$$

$$\sin\theta + \cos\theta = \frac{۳}{۵} + \frac{۴}{۵} = \frac{۷}{۵} = ۱/۴$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ دایره مثلثاتی)

۳- گزینه «۱» ـ شیب خط L برابر $\tan\alpha$ است. (α حاده است)

$$۱ + \tan^۲\alpha = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \xrightarrow{\cos\alpha = \frac{۲}{۳}} ۱ + \tan^۲\alpha = \frac{۹}{۴} \Rightarrow \tan^۲\alpha = \frac{۵}{۴} \xrightarrow{\tan\alpha > ۰} \tan\alpha = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

$$-۴b = -۴ \Rightarrow b = ۱$$

$$a\sqrt{۵} + b = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \times \sqrt{۵} + ۱ = \frac{۵}{۲} + ۱ = ۳/۵$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس دوم و سوم ـ معادله خط و روابط مثلثاتی)

۴- گزینه «۴» ـ

$$\sin\theta = ۴(۱ + \cos\theta) \Rightarrow \frac{\sin\theta}{۱ + \cos\theta} = ۴ \Rightarrow \frac{\sin\theta(۱ - \cos\theta)}{(۱ + \cos\theta)(۱ - \cos\theta)} = ۴ \Rightarrow \frac{۱ - \cos\theta}{\sin\theta} = ۴$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس سوم ـ روابط مثلثاتی)

۵- گزینه «۱» ـ ریشه دوم عدد مثبت x برابر $\sqrt{x}$ و $-\sqrt{x}$ است. پس گزینه‌ای صحیح است که توان دوم آن $-\sqrt{۸۰}$ باشد.

$$(۲ - \sqrt{۵})^۲ = ۴ + ۵ - ۴\sqrt{۵} = ۹ - \sqrt{۱۶ \times ۵} = ۹ - \sqrt{۸۰}$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل سوم ـ درس اول ـ ریشه)

۶- گزینه «۲» ـ از اتحاد $(a+b)^۲ - (a-b)^۲ = ۴ab$ استفاده می‌کنیم:

$$(x + \frac{۴}{x})^۲ - (x - \frac{۴}{x})^۲ = ۴ \times x \times \frac{۴}{x} \xrightarrow{x + \frac{۴}{x} = \sqrt{۱۷}} (\sqrt{۱۷})^۲ - (x - \frac{۴}{x})^۲ = ۱۶ \Rightarrow (x - \frac{۴}{x})^۲ = ۱ \Rightarrow |x - \frac{۴}{x}| = ۱$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل سوم ـ درس چهارم ـ عبارت‌های جبری)

۷- گزینه «۳» ـ

$$\frac{\sqrt[۴]{۲}}{\sqrt[۴]{۲} - ۱} \times \frac{\sqrt[۴]{۲} + ۱}{\sqrt[۴]{۲} + ۱} = \frac{\sqrt{۲} + \sqrt[۴]{۲}}{\sqrt{۲} - ۱} \times \frac{\sqrt{۲} + ۱}{\sqrt{۲} + ۱} = ۲ + \sqrt{۲} + \sqrt[۴]{۸} + \sqrt[۴]{۲}$$

با توجه به داده مسئله $A + B = ۱۰$ خواهد بود. (نصیری) (پایه دهم ـ فصل سوم ـ درس چهارم ـ گویا کردن)

۸- گزینه «۴» ـ

$$\frac{۱}{۲}(x^۲ - ۸x) = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}(x^۲ - ۸x + ۱۶ - ۱۶) = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}(x-۴)^۲ = ۹ \Rightarrow \begin{cases} \alpha = ۴ \\ \beta = ۹ \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = ۱۳$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ درس اول ـ معادله درجه دوم)

۹- گزینه «۱» ـ

$$\frac{x}{2x-1}-\frac{x}{x^2+1}<0 \Rightarrow \frac{x(x^2+1-2x+1)}{(2x-1)(x^2+1)}<0 \Rightarrow \frac{x(x^2-2x+2)}{(2x-1)(x^2+1)}<0 \Rightarrow \frac{x}{2x-1}<0 \Rightarrow 0<x<\frac{1}{2} \Rightarrow b=\frac{1}{2} \Rightarrow 4b^2=1$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ درس سوم ـ نامعادله)

۱۰- گزینه «۲» ـ تابع f ثابت و تابع g همانی است.

$$f(x)=c\ ,\ g(x)=x$$

$$\frac{f(x)+g(4)}{f(x)-g(5)}=2 \Rightarrow \frac{c+4}{c-5}=2 \Rightarrow 2c-10=c+4 \Rightarrow c=14 \Rightarrow f(x)=14 \Rightarrow f(-1)=14$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل پنجم ـ درس سوم ـ انواع تابع)

۱۱- گزینه «۱» ـ

$$n(s)=\frac{5!}{2!2!}=\frac{120}{4}=30$$

$$2\boxed{33}\boxed{44} \Rightarrow n(A)=3!=6$$

$$P(A)=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}=0/2$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل هفتم ـ درس اول ـ احتمال)

۱۲- گزینه «۲» ـ معادله BC را می‌نویسیم:

$$BC: y-4=\frac{4+2}{1+2}(x-1) \Rightarrow y-4=2(x-1) \Rightarrow 2x-y+2=0$$

معادله AH را می‌نویسیم:

$$AH: y-1=-\frac{1}{2}(x-2) \Rightarrow 2y-2=-x+2 \Rightarrow x+2y-4=0$$

حال BC و AH را قطع می‌دهیم:

$$-2\begin{cases}2x-y=-2\\x+2y=4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2x-y=-2\\-2x-4y=-8\end{cases} \xrightarrow{+} -5y=-10 \Rightarrow y=2$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ درس اول ـ هندسه تحلیلی)

۱۳- گزینه «۱» ـ

$$x^2-x-1=0 \Rightarrow \begin{cases}S=1\\P=-1\\\Delta=5\end{cases}$$

$$|\alpha^3-\beta^3|=|\alpha-\beta||\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}|S^2-P|=\sqrt{5}\,|1+1|=2\sqrt{5}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ درس دوم ـ مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌ها)

۱۴- گزینه «۴» ـ با فرض $2x^2+x=t$ داریم:

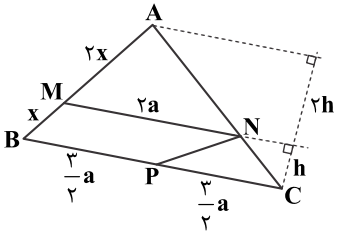
$$t=\sqrt{t+2} \Rightarrow t^2=t+2 \Rightarrow t^2-t-2=0 \Rightarrow \begin{cases}t=-1\\t=2\end{cases}$$

$t=2$ قابل قبول است.

$$2x^2+x=2 \Rightarrow 2x^2+x-2=0 \Rightarrow x_1+x_2=-\frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ درس سوم ـ معادله گنگ)

۱۵- گزینه «۱» ـ با توجه به قضیه تالس و با فرض $MB=x$ داریم:



$$\frac{S(MNPB)}{S(NPC)}=\frac{\frac{1}{2}(\frac{3}{2}a+2a)h}{\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}a\times h}=\frac{\frac{7}{2}a}{\frac{3}{2}a}=\frac{7}{3}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ تالس)

۱۶- گزینه «۲» ـ

$\sqrt{x-۴}-۱=۰ \Rightarrow x=۵$ (ریشه مخرج)

$x-۴\geq ۰ \Rightarrow x\geq ۴ \Rightarrow D=[۴,+\infty)-\{۵\}$

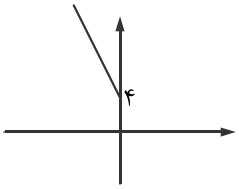
(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل سوم ـ درس اول ـ دامنه تابع گنگ)

۱۷- گزینه «۴» ـ چون $f(x)$ یک سهمی است، پس k حداکثر می‌تواند طول رأس سهمی باشد.

$$-\frac{b}{۲a}=\frac{-(-۴)}{۲}=۲ \Rightarrow k\leq ۲$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل سوم ـ درس دوم ـ تابع یک به یک)

۱۸- گزینه «۲» ـ



$$f(x)=y=|x-۴|-x \xrightarrow{x\leq ۰} y=-x+۴-x=۴-۲x$$

$$\Rightarrow ۲x=۴-y \Rightarrow x=۲-\frac{۱}{۲}y \Rightarrow f^{-۱}(x)=۲-\frac{x}{۲}$$

توجه داشته باشید که با فرض $x\leq ۰$ نمودار تابع به‌صورت مقابل است:

ملاحظه می‌کنید که $R_f=[۴,+\infty)$ می‌باشد پس $D_{f^{-۱}}=[۴,+\infty)$ است. (نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل سوم ـ درس دوم ـ وارون)

۱۹- گزینه «۴» ـ دامنه مشترک دو تابع $\{۱۷, ۱۰, ۵\}$ است.

$$\left.\begin{array}{l}(f+g)(۵)=f(۵)+g(۵)=۱+(-۱)=۰\\(f+g)(۱۰)=f(۱۰)+g(۱۰)=۲+۲=۴\\(f+g)(۱۷)=f(۱۷)+g(۱۷)=۳+۱=۴\end{array}\right\} \Rightarrow R_{f+g}=\{۰,۴\}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل سوم ـ درس سوم ـ اعمال توابع)

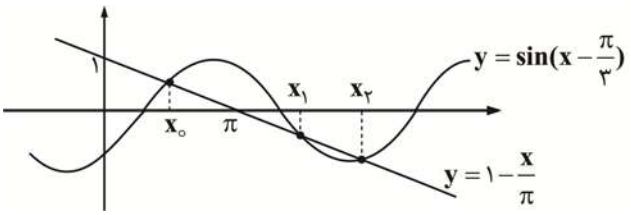
۲۰- گزینه «۲» ـ

$$A=\tan ۲^\circ \tan(۱۸۰^\circ-۱۲^\circ)\cot(۱۸۰^\circ+۱۲^\circ)\tan(۹۰^\circ-۲^\circ)$$

$$A=(\tan ۲^\circ)(\cot ۲^\circ)(-\tan ۱۲^\circ)(\cot ۱۲^\circ)=-۱$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ درس دوم ـ زوایای متمم و مکمل)

۲۱- گزینه «۳» ـ دو تابع را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار دو تابع در سه نقطه متقاطع‌اند. (نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ درس سوم ـ توابع مثلثاتی)

۲۲- گزینه «۲» ـ

$$(\frac{\sqrt{۲}}{۶})^{x-۱}=(\frac{۵}{۹۰})^۳=(\frac{۱}{۱۸})^۳=(\frac{۲}{۳۶})^۳=(\frac{\sqrt{۲}}{۶})^۶ \Rightarrow x-۱=۶ \Rightarrow x=۷$$

$$\log_۷\sqrt{x}=\log_۷\sqrt{۷}=\frac{۱}{۲}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل پنجم ـ دروس اول و دوم ـ نمایی و لگاریتمی)

۲۳- گزینه «۲» ـ

$$x+b=۰ \xrightarrow{x=-۲} -۲+b=۰ \Rightarrow b=۲$$

$$f(۱)=۰ \Rightarrow a+\log_۳(۱+۲)=۰ \Rightarrow a=-۱ \Rightarrow f(x)=-۱+\log_۳(x+۲) \Rightarrow f(۷)=-۱+\log_۳ ۹=۱$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل پنجم ـ درس دوم ـ نمودار تابع نمایی)

۲۴- گزینه «۱» ـ

$$f(۰)=b+۱ \;،\; \lim_{x\to ۰^-} a[x]=-a$$

$$\lim_{x\to ۰^+} f(x)=\lim_{x\to ۰^+}\frac{(۱-\cos^۲ x)(۱+\cos^۲ x)}{۱-\cos^۲ x}=\lim_{x\to ۰^+}(۱+\cos^۲ x)=۲$$

$$b+۱=-a=۲ \Rightarrow \begin{cases}a=-۲\\b=۱\end{cases} \Rightarrow a+b=-۱$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل ششم ـ درس سوم ـ پیوستگی)

۲۵- گزینه «۳» ـ اگر در مرحله اول میانگین $\bar{x}$ باشد در مرحله دوم میانگین $\bar{x}+۲$ است. و انحراف معیار بدون تغییر باقی می‌ماند.

$$\frac{CV_۲}{CV_۱}=\frac{\frac{\sigma}{\bar{x}}}{\frac{\sigma}{\bar{x}+۲}}=\frac{\bar{x}+۲}{\bar{x}}=\frac{۲۰}{۱۸}=\frac{۱۰}{۹}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل هفتم ـ درس دوم ـ ضریب تغییرات)

ریاضیات ۳

۱- گزینه «۳» ـ $fog(x)$ یعنی به‌جای x در تابع $f(x)$ تابع $g(x)$ را قرار دهیم، بنابراین داریم:

$$fog(x) = (g(x))^۲ - ۵g(x) + ۹$$

$$fog(x) = x^۲ + ۳x + ۵$$

از طرفی دیگر داریم:

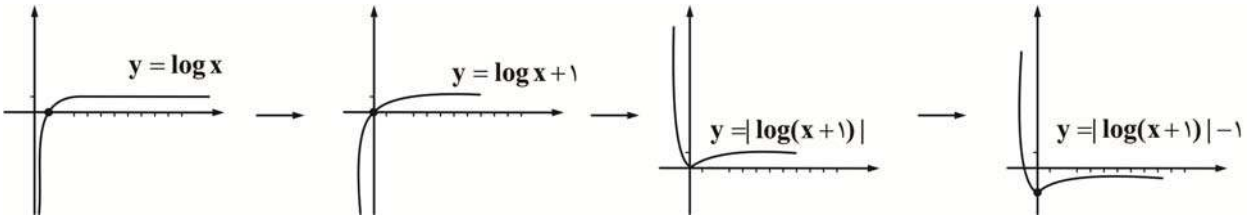
$$(g(x))^۲ - ۵g(x) + ۹ = x^۲ + ۳x + ۵ \Rightarrow (g(x))^۲ - ۵g(x) - x^۲ - ۳x + ۴ = ۰$$

معادله را برحسب $g(x)$ حل می‌کنیم:

$$g(x) = \frac{۵ \pm \sqrt{۲۵ + ۴x^۲ + ۱۲x - ۱۶}}{۲} = \frac{۵ \pm (۲x + ۳)}{۲} = \begin{cases} -x + ۱ \\ x + ۴ \end{cases}$$

(الله‌دادی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ یافتن ضابطه تابع درونی تابع مرکب)

۲- گزینه «۱» ـ



(الله‌دادی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ تبدیل نمودار توابع و رسم نمودار $|f(x)|$)

۳- گزینه «۱» ـ

$$y = \sqrt{x} - ۳ \Rightarrow y + ۳ = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{به توان دو می‌رسانیم}} x = (y + ۳)^۲ \Rightarrow x = y^۲ + ۶y + ۹$$

$$\xrightarrow{\text{جای } y \text{ و } x \text{ را عوض می‌کنیم}} y = x^۲ + ۶x + ۹$$

$$fog(x) = x^۲ + cx + (۵ + a) = x^۲ + ۶x + ۹ \Rightarrow c = ۶ \, , \, ۵ + a = ۹ \Rightarrow a = ۴ \Rightarrow a + c = ۱۰$$

(الله‌دادی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ تابع مرکب)

۴- گزینه «۴» ـ ابتدا دامنه تابع‌های f و g را به‌دست می‌آوریم:

$$D_f : x - ۱ > ۰ \Rightarrow x > ۱$$

$$D_g : ۱۰x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۵} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{\frac{۱}{۵}\}$$

پس داریم:

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x > ۱ \mid \frac{۱}{\sqrt{x - ۱}} \in D_g\} = \{x > ۱ \mid \frac{۱}{\sqrt{x - ۱}} \neq \frac{۱}{۵}\} = \{x > ۱ \mid x - ۱ \neq ۲۵\} = \{x > ۱ \mid x \neq ۲۶\}$$

$$= (۱ \, , + \infty) - \{۲۶\}$$

پس دو عدد صحیح مثبت ۱ و ۲۶ در دامنه gof نیستند. (ابراهیم‌نژاد) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دامنه ترکیب توابع)

۵- گزینه «۱» ـ می‌دانیم تابع $y = tanx$ روی دامنه‌اش صعودی است. بنابراین تابع روی $[۰ \, , \frac{\pi}{۳}]$ صعودی است. اما بازه گزینه‌های «۲» و «۳» شامل $\frac{\pi}{۲}$ و بازه گزینه «۴» شامل $\frac{۳\pi}{۲}$ است که در دامنه تابع $y = tanx$ قرار ندارد.

(الله‌دادی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ نسبت‌های مثلثاتی زاویه دو برابر کمان)

۶- گزینه «۲» ـ

$$\cos ۲x = ۱ - ۲\sin^۲ x$$

$$\frac{۱ - ۲\sin^۲ x - ۲}{۱ + \sin^۲ x} = -۱ \Rightarrow ۱ - ۲\sin^۲ x - ۲ = -۱ - \sin^۲ x \Rightarrow \sin^۲ x = ۰ \Rightarrow x = k\pi$$

(الله‌دادی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ معادلات مثلثاتی و نسبت‌های مثلثاتی زاویه دو برابر کمان)

۷- گزینه «۳» ـ

$$\cos x = \cos^۲ x + ۳\cos x \Rightarrow \cancel{\cos x} = \cancel{\cos x}(\cos x + ۳) \Rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۲} \\ \cos x + ۳ = ۱ \Rightarrow \cos x = -۲ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

(الله‌دادی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ معادله مثلثاتی و نسبت‌های مثلثاتی در برابر کمان)

۸- گزینه «۴»ـ طبق نمودار تابع $T = ۴\pi$ است و می دانیم $T = \frac{۲\pi}{|b|}$، بنابراین:

$$۴\pi = \frac{۲\pi}{b} \Rightarrow b = \frac{۱}{۲} \Rightarrow f(x) = a\cos(\frac{x}{۲} + \frac{\pi}{۴}) + c$$

$$\begin{cases} f(\frac{۳\pi}{۲}) = -۳ \Rightarrow a\cos(\frac{۳\pi}{۴} + \frac{\pi}{۴}) + c = -۳ \Rightarrow a\cos(\pi) + c = -۳ \\ f(\frac{۷\pi}{۲}) = ۱ \Rightarrow a\cos(\frac{۷\pi}{۴} + \frac{\pi}{۴}) + c = ۱ \Rightarrow a\cos(۲\pi) + c = ۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a + c = -۳ \\ a + c = ۱ \end{cases} \Rightarrow ۲c = -۲ \Rightarrow c = -۱ , a = ۲ \Rightarrow abc = ۲ \times \frac{۱}{۲} \times -۱ = -۱$$

(الله‌دادی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ مثلثات ـ دوره تناوب و ماکزیمم و مینیمم تابع)

۹- گزینه «۱» ـ عبارت را در $۸\sin ۱۲^\circ$ ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$A = \frac{۸\sin ۱۲^\circ \cos ۱۲^\circ \cos ۲۴^\circ \cos ۴۸^\circ}{۸\sin ۱۲^\circ} = \frac{۴\sin ۲۴^\circ \cos ۲۴^\circ \cos ۴۸^\circ}{۸\sin ۱۲^\circ} = \frac{۲\sin ۴۸^\circ \cos ۴۸^\circ}{۸\sin ۱۲^\circ}$$

$$= \frac{\sin ۹۶^\circ}{۸\sin ۱۲^\circ} = \frac{\cos ۶^\circ}{۱۶\sin ۶^\circ \cos ۶^\circ} = \frac{۱}{۱۶\sin ۶^\circ}$$

(آزاد ریاضی ـ ۸۸) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ مثلثات ـ نسبت های مثلثاتی دو برابر کمان)

۱۰- گزینه «۲» ـ چون صورت عددی غیر صفر است، یعنی مخرج باید صفر باشد، پس $x = ۵$ باید ریشه مخرج باشد. از طرفی چون حد $-\infty$ شده و چون علامت صورت منفی است، پس $x = ۵$ باید تنها ریشه مخرج باشد. (ریشه مضاعف)

$$\lim_{x \to ۵} \frac{۴ - x}{x^۲ + ax + b} = -\infty \Rightarrow (x-۵)^۲ = x^۲ + ax + b \Rightarrow x^۲ - ۱۰x + ۲۵ = x^۲ + ax + b \Rightarrow a = -۱۰ , b = ۲۵ \Rightarrow a + b = ۱۵$$

(سراسری ریاضی ـ ۹۳ با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ حد بی‌نهایت و حدود بی‌نهایت)

۱۱- گزینه «۱» ـ

$$\lim_{x \to ۳^-} \frac{[x] - ۳}{x - ۳} = \frac{۲ - ۳}{۰^-} = \frac{-۱}{۰^-} = +\infty$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: $\lim_{x \to ۰^-} \frac{۱}{|x|} \overset{\text{با توجه به نمودار } y=|x|}{=\!=\!=} \frac{۱}{۰^+} = +\infty$

گزینه «۳»: $\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} \tan x = \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$

گزینه «۴»: $\lim_{x \to ۰^-} \frac{۲ - \cos ۲x}{x} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$

(بیگلری) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ حد بی‌نهایت)

۱۲- گزینه «۲» ـ

$$\lim_{x \to -۱} \frac{۲x + \sqrt{۳ - x}}{x^۲ + x} \times \frac{۲x - \sqrt{۳ - x}}{۲x - \sqrt{۳ - x}} = \lim_{x \to -۱} \frac{۴x^۲ - (۳ - x)}{(x^۲ + x)(-۲ - ۲)} = \lim_{x \to -۱} \frac{۴x^۲ + x - ۳}{-۴x^۲ - ۴x} = \lim_{x \to -۱} \frac{(x+۱)(۴x-۳)}{-۴x(x+۱)} = \frac{-۷}{۴}$$

$۴x^۲ + x - ۳$	$\lvert x + ۱$
۰	$۴x - ۳$

(سراسری ۸۵) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ محاسبه حد)

۱۳- گزینه «۱» ـ چون وقتی x به سمت ∞ میل داده شده حاصل عدد شده است؛ باید درجه صورت با مخرج برابر باشد و چون مخرج درجه ۱ است صورت باید فاقد درجه ۲ باشد. بنابراین داریم $a^۲ - ۴ = ۰ \Rightarrow a = \pm ۲$ و به ازای $a = -۲$ درجه مخرج صفر می‌شود، بنابراین $a = ۲$ است.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{(۳b + ۲)x + ۱}{۴x + ۳} = ۲ \Rightarrow \frac{۳b + ۲}{۴} = ۲ \Rightarrow ۳b + ۲ = ۸ \Rightarrow ۳b = ۶ \Rightarrow b = ۲ \Rightarrow a + b = ۴$$

(بیگلری) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ حد در بی‌نهایت)

۱۴- گزینه «۴» ـ

$$a<0\ ,\ f(x)\geq 0\ ,\ f(a)=0$$

$$\lim_{x\to a^+}\frac{\text{عدد منفی}}{0^+}=-\infty$$

(بیگلری) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ حدهای یک طرفه)

۱۵- گزینه «۱» ـ

$$\lim_{x\to+\infty}[\frac{2x+2-3}{x+1}]=\lim_{x\to+\infty}[2-\frac{3}{x+1}]=[2^-]=1$$

(بیگلری) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ حد در بی‌نهایت)

۱۶- گزینه «۲» ـ

$$\lim_{t\to-2}\frac{f(t)-f(-2)}{2(t+2)}=\frac{1}{2}f'(-2)=\frac{1}{2}\times 4=2$$

(بیگلری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ تعریف مشتق)

۱۷- گزینه «۴» ـ مشتق تابع y را به‌دست می‌آوریم:

$$y'=\frac{f'(x).x^2-(2x)(f(x))}{x^4}$$

$$x=1\ \Rightarrow\ \frac{f'(1)-2f(1)}{1}=2-2\times 2=-2$$

(ابراهیم‌نژاد) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ محاسبه تابع مشتق)

۱۸- گزینه «۲» ـ تابع در $x=-1$ باید پیوسته باشد، پس:

$$\lim_{x\to(-1)^+}f(x)=\lim_{x\to(-1)^-}f(x)=f(-1)\ \Rightarrow\ a(-1)^2+b(-1)+1=(-1)^3-2(-1)\ \Rightarrow\ a-b+1=-1+2\ \Rightarrow\ a-b=0\ \ (I)$$

از طرفی مشتق راست باید با مشتق چپ برابر باشد:

$$f'_+(-1)=f'_-(-1)\ \Rightarrow\ 2ax+b=3x^2-2\ \Rightarrow\ -2a+b=1\ \ (II)$$

$$(I)\ ,\ (II)\begin{cases}a-b=0\\-2a+b=1\end{cases}\ \Rightarrow\ -a=1\ \Rightarrow\ a=-1\ \Rightarrow\ -1-b=0\ \Rightarrow\ b=-1$$

$$f(x)=-x^2-x+1\ ,\ x\geq -1\quad f(2)=-4-2+1=-5$$

(بیگلری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ مشتق‌پذیری)

۱۹- گزینه «۴» ـ

$$f'(x)=(2x-1)g'(x^2-x+2)\ \xrightarrow{x=1}\ f'(1)=g'(2)=8$$

$$f''(x)=2g'(x^2-x+2)+(2x-1)^2g''(x^2-x+2)\ \xrightarrow{x=1}\ f''(1)=2g'(2)+g''(2)$$

$$f''(1)=2(8)+4=20$$

(گروه مولفان علوی) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ مشتق ترکیب توابع و مرتبه دوم)

۲۰- گزینه «۲» ـ

$$f(x)=-(x-1)x^2=-x^3+x^2\ ;\ x<1\ \Rightarrow\ f'_-(1)=-3x^2+2x=-3+2=-1$$

(بیگلری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ مشتق‌گیری در توابع قدرمطلقی)

۲۱- گزینه «۳» ـ

$$V(t)=250(16-t)^2\ \Rightarrow\ V'(t)=-250\times 2(16-t)\ \Rightarrow\ V'(4)=-500\times 12=-6000$$

(گروه مؤلفان علوی) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ قاعده زنجیری)

۲۲- گزینه «۲» ـ

الف) قضیه صفحه ۱۰۶ کتاب درسی است. (صحیح)

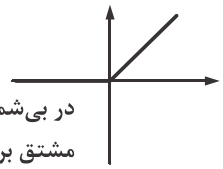
ب) برای اکسترمم نسبی داشتن باید تابع مشتق در اطراف آن نقطه تغییر علامت دهد که در این‌جا اکسترمم نسبی نیست. (نادرست)

ج) قضیه صفحه ۱۱۱ کتاب درسی (صحیح)

د) عکس قضیه قسمت (الف) است که درست نیست مانند $y=(x-1)^3$ در نقطه $x=1$. (نادرست)

(بیگلری) (پایه دوازدهم ـ فصل پنجم ـ اکسترمم‌های تابع)

۲۳- گزینه «۲» ـ



در بی‌شمار نقطه
مشتق برابر صفر می‌شود

$$y = x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

(بیگلری) (پایه دوازدهم ـ فصل پنجم ـ نقاط بحرانی)

۲۴- گزینه «۱» ـ

$$f'(x) = 4x^3 - 12x + 8 = 0 \Rightarrow x^3 - 3x + 2 = 0$$

این معادله از درجه سوم و مجموع ضرایب آن صفر است پس بر $x - 1$ بخش‌پذیر است:

$$(x-1)(x^2+x-2) = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow (x-1)^2(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$\searrow$			$\nearrow$		$\nearrow$	

min نسبی دارد

آزمون مشتق اول

(خارج از کشور ۹۰) (پایه دوازدهم ـ فصل پنجم)

۲۵- گزینه «۳» ـ آن‌چه قرار است ماکزیمم شود مقدار حجم مکعب مستطیل است. پس ارتفاع مکعب را با x و طول و عرض آن را با L نشان می‌دهیم.

$$\text{حجم} = V = xL^2 \text{ و } 2x + L = 30 \Rightarrow L = 30 - 2x$$

$$V = x(30-2x)^2 = 4x^3 - 120x^2 + 900x \,,\, x \in (0\,,\,15)$$

$$V'(x) = 12x^2 - 240x + 900 \Rightarrow x^2 - 20x + 75 = 0 \Rightarrow (x-5)(x-15) = 0$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ x = 15 \notin (0\,,\,15) \end{cases}$$

x	0		5		15
V'		$+$	0	$-$	0
V	$\nearrow$		2000	$\searrow$	

به‌ازای $x = 5$ ماکزیمم دارد. (بیگلری) (پایه دوازدهم ـ فصل پنجم ـ بهینه‌سازی)