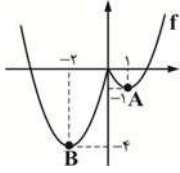


ریاضی

۹- گزینه «۲» - کافی است جدول تعیین علامت برای f' رسم کنیم تا اکسترم‌های نسبی بدست آید.

x	p	a	o	b	c	q
f'	+	ت	-	ت	+	-
f	↗	↘	↗	↘	↗	↘

تابع f دو ماکزیمم نسبی و یک مینیمم نسبی دارد.
(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - اکسترم‌های نسبی) (متوسط)
۱۰- گزینه «۴» - نمودار تابع را رسم می‌کنیم.

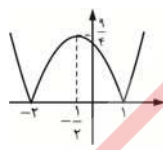
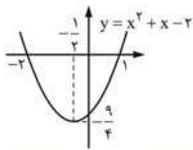


نقاط $A(1, -1)$ و $B(-2, -4)$ مینیمم نسبی تابع $f(x)$ هستند.

$$|AB| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - اکسترم‌های نسبی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» - نقاط بحرانی $A(1, 0)$ ، $B(-2, 0)$ و $C(-\frac{1}{2}, \frac{9}{4})$ است.



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} \times 3 = \frac{27}{8}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - نقاط بحرانی) (آسان)

۱۲- گزینه «۱» -

$$V = \frac{\pi}{3} r^2 h = \frac{\pi}{3} r^2 (12 - 2r) = \frac{\pi}{3} (12r^2 - 2r^3)$$

$$V' = 0 \Rightarrow 24r - 4r^2 = 0 \Rightarrow 2r(12 - 2r) = 0 \Rightarrow r = \frac{6}{2} = 3$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - بهینه‌سازی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$f'(x) = x^2 + 9x^2 + 15x - 25 = (x-1)(x^2 + 10x + 25)$$

$$f'(x) = (x-1)(x+5)^2$$

x	-5	1
f'	-	+
f	↘	↗

$f'(\Delta)$ برابر صفر است اما f' در $x = -5$ تغییر علامت نداده است و در اطراف $x = -5$

شبهه گزینه «۴» است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - یکنوایی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» -

$$f'(x) = 14x^2 - 28x + 14 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$f(0) = 0$$

$$f(1) = 2 - 7 + 14 = 9$$

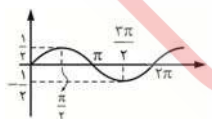
$$f(2) = 16(16-7) + 28 = 172$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - اکسترم‌های مطلق) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» -

$$f'(x) = \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin x$$

نمودار $\frac{1}{2} \sin x$ را ببینید:



در بازه‌ای که $f'(x) < 0$ باشد، $f(x)$ اکیداً نزولی است. پس تابع $f(x)$ در بازه $(\pi, 2\pi)$ اکیداً نزولی است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - یکنوایی) (متوسط)

۱- گزینه «۲» - در بازه $(b, +\infty)$ نمودار $f'(x)$ زیر محور x قرار دارد بنابراین در این

بازه تابع $f(x)$ اکیداً نزولی است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - یکنوایی) (آسان)

۲- گزینه «۱» - طبق شکل تابع $f(x)$ بالای محور x ها و اکیداً صعودی است بنابراین در

بازه (a, b) داریم: $f(x) > 0$ و $f'(x) > 0$

$$g(x) = 2x + f^2(x) \Rightarrow g'(x) = 2 + 2f(x)f'(x)$$

$$\frac{f(x) > 0, f'(x) > 0}{\Rightarrow g'(x) > 0}$$

بنابراین $g(x)$ اکیداً صعودی است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - یکنوایی) (دشوار)

۳- گزینه «۲» -

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} -1 + 2 = -\frac{2b}{3} \Rightarrow b = -\frac{3}{2} \\ -1 \times 2 = \frac{c}{3} \Rightarrow c = -6 \end{cases}$$

x	-1	2
f'	+	-
f	↗	↘

طبق جدول تعیین علامت f' نقطه با طول -1 ماکزیمم نسبی است.

$$f(-1) = -1 + b - c + 8 = 7 - \frac{3}{2} + 6 = 13 - \frac{3}{2} = \frac{23}{2} = 11 \frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - اکسترم نسبی) (متوسط)

۴- گزینه «۲» -

$$a \times b = 1000 \Rightarrow \log(ab) = 3 \Rightarrow \log a + \log b = 3$$

$$\begin{cases} \log a + \log b = 3 \\ (\log a)(\log b) = \max \end{cases} \Rightarrow \log a = \log b = \frac{3}{2}$$

بنابراین بیشترین مقدار $(\frac{3}{2})^2$ یعنی $\frac{9}{4}$ است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - بهینه‌سازی) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - نقاط روی سهمی را به فرم $M(x, -x^2)$ در نظر می‌گیریم.

$$d(x) = MH = \frac{|x - x^2 - 4|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (x^2 - x + 4)$$

$$d'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (2x - 1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$d(\frac{1}{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 4) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{15}{4} = \frac{15\sqrt{2}}{8}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - بهینه‌سازی) (دشوار)

۶- گزینه «۲» -

$$f'(x) = \frac{\sqrt{x} - 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \times x}{(\sqrt{x} - 1)^2} = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{2} = 1 \Rightarrow x = 4$$

$$f(\frac{9}{4}) = \frac{9}{2} - \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} - \frac{2}{3} = \frac{27-4}{6} = \frac{23}{6}$$

$$f(4) = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$f(9) = \frac{9}{3} - \frac{1}{3} = \frac{9-1}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\max f(x) + \min f(x) = \frac{23}{6} + \frac{3}{2} = \frac{23+9}{6} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - اکسترم‌های مطلق) (متوسط)

۷- گزینه «۱» -

$$f'(x) = 5x^2 - 2x^2 - 2 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(5x^2 + 2) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - نقاط بحرانی) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

$$f(2) = 1 \Rightarrow 8 + 4b + 2c = 1 \Rightarrow 4b + 2c = -7 \quad (1)$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4b + c = 0 \Rightarrow 4b + c = -12 \quad (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow c = 5 \Rightarrow b = \frac{-17}{4}$$

$$f'(x) = 3x^2 - \frac{17}{2}x + 5 = (x-2)(3x - \frac{5}{2})$$

x	$\frac{5}{6}$	2
f'	+	-
f	↗	↘

بنابراین نقطه با طول 2 مینیمم نسبی $f(x)$ است.
(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - اکسترم نسبی) (متوسط)

۲۴- گزینه «۲» -

$$\frac{-a+1}{2a} = \frac{3}{6} \Rightarrow -a+1=a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

دو خط را به صورت زیر مرتب می‌کنیم.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y = \frac{1}{2} \\ x + 6y = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 6y = 1 \\ x + 6y = b \end{cases}$$

$$\frac{|b-1|}{\sqrt{1+36}} = \frac{1}{\sqrt{37}} \Rightarrow |b-1|=1 \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 0 \\ b_2 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b_1 + b_2 = 2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (متوسط)

۲۵- گزینه «۱» - اگر قطر و ضلع را قطع دهیم یک راس به دست می‌آید.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 3x-y=1 \end{cases} \xrightarrow{+} 4x=8 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=5$$

مرکز مربع، در معادله قطر صدق می‌کند.

$$-1+a=7 \Rightarrow a=8 \Rightarrow O(-1, 8)$$

یک راس مربع $A(2, 5)$ و مرکز آن $O(-1, 8)$ است.

$$OA = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

چون $OA = 5$ است پس قطر مربع برابر ۱۰ خواهد بود.

$$S = \frac{1}{2} \times (3\sqrt{2})^2 = 9$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» - نقطه A محل برخورد دو خط $y=2x$ و $3x+4y=11$ است.

$$\begin{cases} 3x+4y=11 \\ y=2x \end{cases} \Rightarrow 3x+4(2x)=11 \Rightarrow x=1, y=2$$

پس مختصات نقطه A به صورت $A(1, 2)$ خواهد بود. طول نقطه B محل برخورد

$$3x+4y=11 \xrightarrow{y=0} x = \frac{11}{3}$$

خط $3x+4y=11$ با محور x هاست.

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{11}{3} = \frac{11}{3}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (متوسط)

$$M = \frac{B+C}{2} = (2, 5)$$

۱۷- گزینه «۱» -

$$m_{AM} = \frac{5-1}{2-1} = 4$$

تعریف نشده

$$AM \text{ معادله } : x=2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (آسان)

۱۸- گزینه «۴» - قرینه نقطه A نسبت به B را C می‌نامیم.

$$C = 2B - A = (0, -2) - (-2, 2) = (2, -5)$$

حال فاصله C را از خط $3x+4y-1=0$ حساب می‌کنیم.

$$|CH| = \frac{|3(2) + 4(-5) - 1|}{5} = 2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (متوسط)

$$m_{BC} = \frac{y+1}{-1-3} = -2$$

۱۹- گزینه «۳» -

$$BC: y+1 = -2(x-3) \Rightarrow y+2x=5$$

$$A \in (y+2x=5) \Rightarrow 4m+m=5 \Rightarrow m=1 \Rightarrow A(\frac{1}{2}, 4)$$

$$|OA| = \sqrt{\frac{1}{4} + 16} = \frac{1}{2}\sqrt{65}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (آسان)

$$AB \perp AC \Rightarrow \frac{2+1}{3-k} \times \frac{0+1}{-1-k} = -1$$

۲۰- گزینه «۳» -

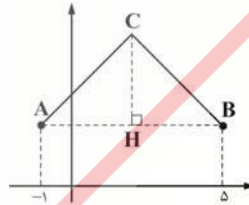
$$(3-k)(k+1) = 3 \Rightarrow 3k+3-k^2-k=3$$

$$\Rightarrow -k^2+2k=0 \Rightarrow k=0, 2 \xrightarrow{k>0} k=2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (آسان)

۲۱- گزینه «۴» - نقطه C روی عمودمنصف AB قرار داد پس می‌توانیم C را به

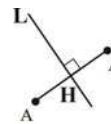
صورت $C(2, n)$ در نظر بگیریم.



$$|CH| = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 \Rightarrow |n-2| = 3\sqrt{3} \xrightarrow{n>0} n = 2 + 3\sqrt{3}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (متوسط)

۲۲- گزینه «۲» -



$$m_L = -1 \Rightarrow m_{AA'} = 1$$

$$AA': y+1 = 1(x-1) \Rightarrow y = x-2$$

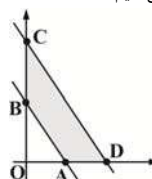
$$H: \begin{cases} y = x-2 \\ y = 2-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow H(2, 0)$$

$$A' = 2H - A = (4, 0) - (1, -1) = (3, 1)$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (متوسط)

۲۳- گزینه «۴» - دو خط داده شده موازی‌اند. سطح خواسته شده دوزنقه متساوی الساقین

است. نقاط برخورد با محورها و همچنین فاصله دو خط را حساب می‌کنیم.



$$A(2, 0), B(0, 3), C(0, 6), D(4, 0)$$

$$S_{ABCD} = S_{OCD} - S_{OAB} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 12 - 3 = 9$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (متوسط)