

ریاضی

۱- گزینه «۲» - عبارت $|x| + 2$ یک عبارت همواره مثبت است و تأثیری در تعیین علامت ندارد، پس:

$$x^2 - 5x + 4 < 0 \Rightarrow x \in (1, 4) \Rightarrow I = (1, 4)$$

$$(-1, 1] \cup I = (-1, 1] \cup (1, 4) = (-1, 4)$$

(نصیری) (پایه دهم - نامعادله - بازه) (متوسط)

۲- گزینه «۱» - دنباله $n!$ به ازای $n = 1$ برابر ۱ و به ازای $n \geq 2$ عددی زوج است، پس:

$$a_n = 1 + (-1)^{n!} = \begin{cases} 0 & n = 1 \\ 2 & n \geq 2 \end{cases}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{99} = 0 + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{\text{تا } 99} = 99 \times 2 = 198$$

(نصیری) (پایه دهم - دنباله) (متوسط)

۳- گزینه «۳» - به راحتی می توان ثابت کرد که:

$$\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cot^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

پس عبارت A به صورت زیر خلاصه می شود:

$$A = \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\cot^2 \alpha \cos^2 \alpha} + 1 \right) \cos^2 \alpha = \left(\frac{1}{\cot^2 \alpha} + 1 \right) \cos^2 \alpha = (\tan^2 \alpha + 1) \cos^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \times \cos^2 \alpha = 1$$

(نصیری) (پایه دهم - مثلثات - روابط مثلثاتی) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - به کمک اتحادهای مکعب دوجمله ای داریم:

$$(a+b)^3 + (a-b)^3 = (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) + (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) = 2a^3 + 6ab^2$$

$$(\sqrt[3]{2} + 1)^3 + (\sqrt[3]{2} - 1)^3 = 2(\sqrt[3]{2})^3 + 6\sqrt[3]{2} = 2 \times 2 + 6\sqrt[3]{2} = 4 + 6\sqrt[3]{2}$$

(نصیری) (پایه دهم - اتحاد و رادیکال) (آسان)

۵- گزینه «۱» - مفهوم سؤال این است که a و c مختلف‌العلامت باشند؛ یعنی صفرهای تابع مختلف‌العلامت باشند.

$$\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{n+2}{n-4} < 0 \Rightarrow -3 < n < 4$$

مقادیر صحیح بازه $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ می باشند. (نصیری) (پایه یازدهم - جبر و معادله - سهمی) (متوسط)

۶- گزینه «۳» - حروف «ز» و «ر» را کنار هم قرار می دهیم:

۵!				
م	ع	ت	ی	ز
۲!				

$$\text{کل حالات} = 5! \times 2! = 120 \times 2 = 240$$

(نصیری) (پایه دهم - شمارش بدون شمارش) (ساده)

۷- گزینه «۱» - با فرض $\frac{\sqrt{x-1} + x}{x} = u$ داریم:

$$u + \frac{1}{u} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\times 2u} 2u^2 + 2 = 5u \Rightarrow 2u^2 - 5u + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = 2 \Rightarrow \sqrt{x-1} + x = 2x \Rightarrow \sqrt{x-1} = x \Rightarrow x-1 = x^2 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 & (1) \\ u = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x-1} + x = \frac{1}{2}x \Rightarrow \sqrt{x-1} = -\frac{x}{2} & (2) \end{cases}$$

در معادله (۱) دلتا منفی است. در معادله (۲) هم دامنه \emptyset است، بنابراین معادله فوق ریشه حقیقی ندارد.

(نصیری) (پایه یازدهم - جبر و معادله - معادله گنگ) (دشوار)

۸- گزینه «۴» - شاخص توده بدنی کمی - پیوسته است. (نصیری) (پایه دهم - آمار - انواع متغیرها) (آسان)

۹- گزینه «۱» - فضای مطلوب را در جدول زیر علامت زده‌ایم:

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	✓	✓	✓	✓	✓	
۲	✓	✓	✓	✓	✓	
۳	✓	✓	✓	✓		
۴	✓	✓	✓			
۵	✓	✓				
۶						

$$P(A) = \frac{19}{36}$$

(نصیری) (پایه دهم - احتمال) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

$$\frac{|m-1|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \sqrt{40} \Rightarrow |m-1|=20 \Rightarrow \begin{cases} m-1=20 \Rightarrow m=21 \\ m-1=-20 \Rightarrow m=-19 \end{cases}$$

مجموع مقادیر m های به دست آمده برابر ۲ است. (نصیری) (پایه یازدهم - جبر معادله - هندسه تحلیلی) (آسان)

۱۱- گزینه «۴» -

$$x(1+x) = \gamma \Rightarrow x+x^2 = \gamma \Rightarrow x^2+x-\gamma = 0$$

α ریشه معادله است، پس:

$$\alpha^2 + \alpha - \gamma = 0 \Rightarrow \alpha^2 = \gamma - \alpha$$

$$\alpha^2 - \beta = \gamma - \alpha - \beta = \gamma - (\alpha + \beta) = \gamma - s = \gamma - (-1) = 8$$

(نصیری) (پایه یازدهم - معادله درجه سوم - روابط بین ریشه‌ها) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$f(x) = y = \sqrt{1-4x} \Rightarrow y^2 = 1-4x \Rightarrow x = \frac{1-y^2}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1-x^2}{4} \Rightarrow f^{-1}(2x) = \frac{1-(2x)^2}{4} = \frac{1}{4} - x^2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - تابع - وارون تابع) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» -

$$\sin 32^\circ = \sin(36^\circ - 4^\circ) = -\sin 4^\circ$$

$$\cos 17^\circ = \cos(18^\circ - 1^\circ) = -\cos 1^\circ$$

$$A = \frac{-\sin 4^\circ - \cos 1^\circ}{\sin 8^\circ + \cos 5^\circ} = \frac{-(\sin 4^\circ + \cos 1^\circ)}{\cos 1^\circ + \sin 4^\circ} = -1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - مثلثات - تغییر زاویه) (آسان)

۱۴- گزینه «۲» - با فرض $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = M$ باشد، داریم:

$$\frac{L+8}{L-2} = 4 \Rightarrow 4L-8 = L+8 \Rightarrow L = \frac{16}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x)) = 3 \Rightarrow L + M = 3 \Rightarrow M = 3 - \frac{16}{3} = -\frac{7}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - g(x)) = L - M = \frac{16}{3} + \frac{7}{3} = \frac{23}{3}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - حد - قضایای حد) (ساده)

۱۵- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^+} \left[\frac{-1}{4x^2} \right] = \left[\frac{-1}{4 \times \left(\frac{1}{16}\right)^+} \right] = [-(4^-)] = -4$$

(نصیری) (پایه یازدهم - حد - حد بראکتی) (دشوار)

۱۶- گزینه «۱» - بر روی دامنه خود پیوسته است.

$$-x > 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0)$$

(نصیری) (پایه یازدهم - پیوستگی) (آسان)

۱۷- گزینه «۴» -

$$2 \log_2(b-1) = 2 \Rightarrow \log_2(b-1) = 1 \Rightarrow b-1 = 2 \Rightarrow b = 3$$

$$(3)^2 = (-1)(b+a) \Rightarrow a+b = -9 \xrightarrow{b=2} a = -12$$

(نصیری) (پایه یازدهم - لگاریتم - معادله لگاریتمی) (ساده)

۱۸- گزینه «۱» -

$$\sin^2 x + \sin x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow (\sin x + \frac{1}{2})^2 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow |\tan x| = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

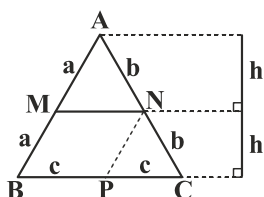
(نصیری) (پایه دهم - مثلثات - روابط) (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» - چون داده‌ها، جملات دنباله حسابی‌اند، پس:

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{12}(N^2 - 1) = \frac{4x^2}{12}(16 - 1) = \frac{x^2}{3} \times 15 = 5x^2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - آمار - واریانس) (آسان)

۲۰- گزینه «۱» -



$$\frac{S(\Delta ABC)}{S(\Delta NPC)} = \frac{\frac{1}{2} \times 2h \times 2c}{\frac{1}{2} \times h \times c} = 4$$

(نصیری) (پایه یازدهم - هندسه - تالس) (آسان)

۲۱- گزینه «۳» -

$$P(A) = P(\text{اولی قرمز}) \times P(\text{دومی قرمز}) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - احتمال - پیشامدهای مستقل) (آسان)

۲۲- گزینه «۴» -

$$y = a(x+1)(x-4) \xrightarrow{(0,1)} 1 = a(1)(-4) \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{4}(x+1)(x-4)$$

خط $y = m$ در رأس سهمی بر آن مماس است، پس عرض رأس سهمی برابر m است.

$$x_A = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}, m = -\frac{1}{4} \left(\frac{3}{2} + 1 \right) \left(\frac{3}{2} - 4 \right) = -\frac{1}{4} \times \frac{5}{2} \times -\frac{5}{2} = \frac{25}{16}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - معادلات و جبر - سهمی) (دشوار)

۲۳- گزینه «۲» - با توجه به خواص مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow 9 = BH \times 4 \Rightarrow BH = \frac{9}{4}$$

$$\Delta ABH : AB^2 = BH^2 + AH^2 = \frac{81}{16} + 9 = 9 \left(\frac{9}{16} + 1 \right) = \frac{9 \times 25}{16} \Rightarrow AB = \frac{15}{4}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABH میانه وارد بر وتر (AB) نصف وتر یعنی $\frac{15}{8}$ است. (نصیری) (پایه یازدهم - هندسه - خواص مثلث قائم‌الزاویه) (متوسط)

۲۴- گزینه «۳» -

$$\sqrt{x+2} - 6 > 0 \Rightarrow \sqrt{x+2} > 6 \Rightarrow x+2 > 36 \Rightarrow x > 34$$

بنابراین $a = 34$ است. (نصیری) (پایه یازدهم - لگاریتم - دامنه) (آسان)

۲۵- گزینه «۳» -

$$h(x) = (x-1)(5-x)$$

تابع $h(x)$ یک سهمی دهانه به پایین است و طول رأس آن $x = 3$ است.

$$R_{h(x)} = (-\infty, f(3)] = (-\infty, 4]$$

(نصیری) (پایه یازدهم - تابع - اعمال دو تابع) (آسان)