

حسابان

۱- گزینه «۲» - طبق روابط مجموع و تفاضل کمان‌های مثلثاتی داریم:

$$f(x) = \frac{\cos(2x+x)}{\cos(2x-x)} = \frac{\cos 3x}{\cos x}$$

$$f\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\cos \frac{3\pi}{9}}{\cos \frac{\pi}{9}} = \frac{-\cos \frac{\pi}{9}}{\cos \frac{\pi}{9}} = -1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - مثلثات - مجموع و تفاضل زوایا) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -

$$-2 - 2(fog)(x) = 4 - f(fog)(x) \Rightarrow (fog)(x) = 7 \Rightarrow 2(x^2 - 1) + 1 = 7 \Rightarrow 2(x^2 - 1) = 6 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - تابع - ترکیب دو تابع) (آسان)

۳- گزینه «۲» - طبق روابط مجموع و تفاضل داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin(x - \frac{\pi}{2})}{2(x - \frac{\pi}{2})} = \frac{2}{2} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{2})}{x - \frac{\pi}{2}} = \frac{2}{2} \times 1 = 1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - حد - حد $\frac{0}{0}$) (متوسط)

۴- گزینه «۳» -

$$a_r = S_r - S_1 \Rightarrow -2a = (r+a) - (2+a) \Rightarrow a = -1 \Rightarrow S_n = 2^n - 1 \Rightarrow S_6 = 63$$

(نصیری) (پایه یازدهم - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - معادله را در دو حالت حل می‌کنیم:

$$x \geq 1 \Rightarrow x(x-1) = 12 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ ق ق} \\ x = -3 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$x < 1 \Rightarrow x(1-x) = 12 \Rightarrow x^2 - x + 12 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

پس معادله فقط یک ریشه $x = 4$ دارد. (نصیری) (پایه یازدهم - معادله - معادله قدرمطلق) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - عبارت $|x| + 2$ یک عبارت همواره مثبت است و تأثیری در تعیین علامت ندارد، پس:

$$x^2 - 5x + 4 < 0 \Rightarrow x \in (1, 4) \Rightarrow I = (1, 4)$$

$$(-1, 1] \cup I = (-1, 1] \cup (1, 4) = (-1, 4)$$

(نصیری) (پایه دهم - نامعادله - بازه) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - دنباله $n!$ به ازای $n = 1$ برابر ۱ و به ازای $n \geq 2$ عددی زوج است، پس:

$$a_n = 1 + (-1)^{n!} = \begin{cases} 0 & n = 1 \\ 2 & n \geq 2 \end{cases}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{99} = 0 + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{99 \text{ تا}} = 99 \times 2 = 198$$

(نصیری) (پایه دهم - دنباله) (متوسط)

۸- گزینه «۴» - به راحتی می‌توان ثابت کرد که:

$$\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cot^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

پس عبارت A به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$A = \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\cot^2 \alpha \cos^2 \alpha} + 1 \right) \cos^2 \alpha = \left(\frac{1}{\cot^2 \alpha} + 1 \right) \cos^2 \alpha = (\tan^2 \alpha + 1) \cos^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \times \cos^2 \alpha = 1$$

(نصیری) (پایه دهم - مثلثات - روابط مثلثاتی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - به کمک اتحادهای مکعب دو جمله‌ای داریم:

$$(a+b)^3 + (a-b)^3 = (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) + (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) = 2a^3 + 6ab^2$$

$$(\sqrt[3]{2} + 1)^3 + (\sqrt[3]{2} - 1)^3 = 2(\sqrt[3]{2})^3 + 6\sqrt[3]{2} = 2 \times 2 + 6\sqrt[3]{2} = 4 + 6\sqrt[3]{2}$$

(نصیری) (پایه دهم - اتحاد و رادیکال) (آسان)

۱۰- گزینه «۴» - با فرض $u = \frac{\sqrt{x-1}+x}{x}$ ، داریم:

$$u + \frac{1}{u} = \frac{\Delta}{\gamma} \xrightarrow{\times \gamma u} \gamma u^2 + \gamma = \Delta u \Rightarrow \gamma u^2 - \Delta u + \gamma = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = \gamma \Rightarrow \sqrt{x-1}+x = \gamma x \Rightarrow \sqrt{x-1} = x \Rightarrow x-1 = x^2 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 & (1) \\ u = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \sqrt{x-1}+x = \frac{1}{\gamma} x \Rightarrow \sqrt{x-1} = -\frac{x}{\gamma} & (2) \end{cases}$$

در معادله (۱) دلتا منفی است. در معادله (۲) هم دامنه \emptyset است، بنابراین معادله فوق ریشه حقیقی ندارد.

(نصیری) (پایه یازدهم - جبر و معادله - معادله گنگ) (دشوار)

۱۱- گزینه «۳» -

$$x(1+x) = \gamma \Rightarrow x + x^2 = \gamma \Rightarrow x^2 + x - \gamma = 0$$

α ریشه معادله است، پس:

$$\alpha^2 + \alpha - \gamma = 0 \Rightarrow \alpha^2 = \gamma - \alpha$$

$$\alpha^2 - \beta = \gamma - \alpha - \beta = \gamma - (\alpha + \beta) = \gamma - s = \gamma - (-1) = \lambda$$

(نصیری) (پایه یازدهم - معادله درجه سوم - روابط بین ریشه‌ها) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$f(x) = y = \sqrt{1-4x} \Rightarrow y^2 = 1-4x \Rightarrow x = \frac{1-y^2}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1-x^2}{4} \Rightarrow f^{-1}(2x) = \frac{1-(2x)^2}{4} = \frac{1}{4} - x^2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - تابع - وارون تابع) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$\sin 320^\circ = \sin(360^\circ - 40^\circ) = -\sin 40^\circ$$

$$\cos 170^\circ = \cos(180^\circ - 10^\circ) = -\cos 10^\circ$$

$$A = \frac{-\sin 40^\circ - \cos 10^\circ}{\sin 80^\circ + \cos 50^\circ} = \frac{-(\sin 40^\circ + \cos 10^\circ)}{\cos 10^\circ + \sin 40^\circ} = -1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - مثلثات - تغییر زاویه) (آسان)

۱۴- گزینه «۴» - با فرض $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = M$ باشد، داریم:

$$\frac{L + \lambda}{L - \gamma} = \epsilon \Rightarrow \epsilon L - \lambda = L + \lambda \Rightarrow L = \frac{1\epsilon}{\gamma}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x)) = \gamma \Rightarrow L + M = \gamma \Rightarrow M = \gamma - \frac{1\epsilon}{\gamma} = -\frac{\gamma}{\gamma}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - g(x)) = L - M = \frac{1\epsilon}{\gamma} + \frac{\gamma}{\gamma} = \frac{2\epsilon}{\gamma}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - حد - قضایای حد) (آسان)

۱۵- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} \left[\frac{-1}{4x^2} \right] = \left[\frac{-1}{4 \times (\frac{1}{16})^+} \right] = \left[-(4^-) \right] = -4$$

(نصیری) (پایه یازدهم - حد - حد براکتی) (دشوار)

۱۶- گزینه «۲» - بر روی دامنه خود پیوسته است.

$$-x > 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0)$$

(نصیری) (پایه یازدهم - پیوستگی) (آسان)

۱۷- گزینه «۲» -

$$\gamma \log_\gamma (b-1) = \gamma \Rightarrow \log_\gamma (b-1) = 1 \Rightarrow b-1 = \gamma \Rightarrow b = \gamma$$

$$(\gamma)^\gamma = (-1)(b+a) \Rightarrow a+b = -\gamma \xrightarrow{b=\gamma} a = -1\gamma$$

(نصیری) (پایه یازدهم - لگاریتم - معادله لگاریتمی) (آسان)

۱۸- گزینه «۱» -

$$\sin^2 x + \sin x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow (\sin x + \frac{1}{4})^2 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow |\tan x| = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(نصیری) (پایه دهم - مثلثات - روابط) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» -

$$\sqrt{x+2}-6>0 \Rightarrow \sqrt{x+2}>6 \Rightarrow x+2>36 \Rightarrow x>34$$

بنابراین $a = 34$ است. (نصیری) (پایه یازدهم - لگاریتم - دامنه) (آسان)

۲۰- گزینه «۲» -

$$h(x) = (x-1)(5-x)$$

تابع $h(x)$ یک سهمی دهانه به پایین است و طول رأس آن $x = 3$ است.

$$R_{h(x)} = (-\infty, f(3)] = (-\infty, 4]$$

(نصیری) (پایه یازدهم - تابع - اعمال دو تابع) (آسان)

روسی