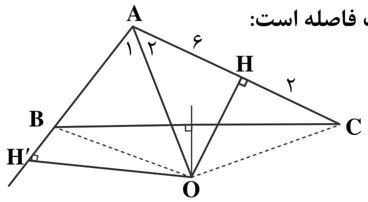
هندسه



۱- گزینه «۳» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. هر نقطه روی نیم‌ساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است:

$$OH = OH'$$

هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است:

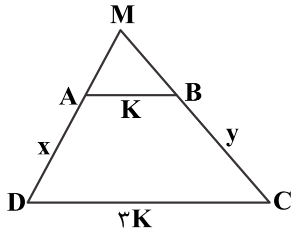
$$OB = OC$$

در نتیجه دو مثلث قائم‌الزاویه OCH و OBH' به حالت وتر و یک ضلع زاویه قائمه هم‌نهشت هستند و نتیجه می‌گیریم $BH' = CH = ۲$.
از طرف دیگر دو مثلث AOH و AOH' هم به حالت وتر و یک ضلع زاویه قائمه هم‌نهشت هستند ($OA = OA$ و $OH = OH'$) در نتیجه:

$$AH' = AH \Rightarrow AB + BH' = AH \Rightarrow AB + ۲ = ۶$$

یعنی $AB = ۴$. (هویدی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ درس اول ـ ویژگی نیم‌ساز و عمودمنصف)

۲- گزینه «۲» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. بنابر تعمیم قضیه تالس



$$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{CD}$$

یعنی:

$$\frac{MA}{MA + x} = \frac{MB}{MB + y} = \frac{۱}{۴}$$

به‌دست می‌آید.

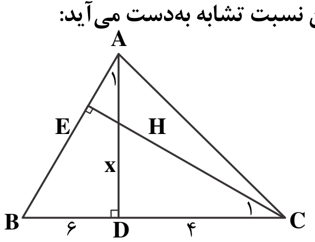
$$\begin{cases} ۴MA = MA + x \\ ۴MB = MB + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MA = \frac{۱}{۲}x \\ MB = \frac{۱}{۲}y \end{cases}$$

اکنون می‌نویسیم:

$$MC + MD = (MB + BC) + (MA + AD)$$
$$= (\frac{۱}{۲}y + y) + (\frac{۱}{۲}x + x) = \frac{۳}{۲}y + \frac{۳}{۲}x = \frac{۳}{۲}(x + y) = \frac{۳}{۲} \times ۱۰ = ۱۵$$

(هویدی) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ تعمیم قضیه تالس)

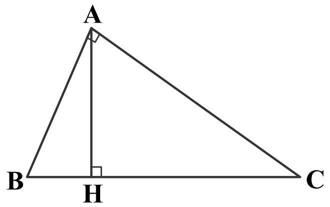
۳- گزینه «۲» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. به دو مثلث قائم‌الزاویه ABD و CBE نگاه کنید. در این مثلث‌ها $\hat{A}_1$ و $\hat{C}_1$ متمم‌های $\hat{B}$ هستند پس با هم برابرند. در نتیجه دو مثلث قائم‌الزاویه CDH و ADB به حالت برابری دو زاویه متشابه هستند. با نوشتن نسبت تشابه به‌دست می‌آید:



$$\frac{DH}{DB} = \frac{CD}{AD} \Rightarrow \frac{x}{۶} = \frac{۴}{۸} \Rightarrow x = DH = ۳$$

(هویدی) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه دو مثلث)

۴- گزینه «۴» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم.



چون $\frac{\widehat{C}}{\widehat{B}} = \frac{۱}{۵}$ و $\widehat{B} + \widehat{C} = ۹۰^\circ$ به‌دست می‌آید $\widehat{C} = ۱۵^\circ$.

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه اگر اندازه یک زاویه ۱۵° باشد، آن‌گاه ارتفاع وارد بر وتر $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است:

$$AH = \frac{۱}{۴}BC$$

اکنون می‌نویسیم:

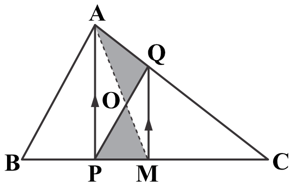
$$S = \frac{۱}{۲}BC \times AH = \frac{۱}{۲}BC \times \frac{۱}{۴}BC = \frac{۱}{۸}BC^{۲}$$

بنابر فرض $S = ۱۸$. در نهایت به‌دست می‌آید:

$$\frac{۱}{۸}BC^{۲} = ۱۸ \Rightarrow BC = ۱۲$$

(هویدی) (پایه دهم ـ فصل سوم ـ درس اول ـ ویژگی مثلث قائم‌الزاویه با زاویه ۱۵°)

۵- گزینه «۲» ـ از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم که در آن O محل برخورد AM و PQ است. بنابر ویژگی ذوزنقه AQMP،



$$S_{AOQ} = S_{POM} \qquad (۱)$$

از طرف دیگر، هر میانه مثلث، آن را به دو مثلث معادل تقسیم می‌کند:

$$S_{ABM} = S_{ACM} = \frac{۱}{۲}S_{ABC} \qquad (۲)$$

می‌نویسیم:

$$S_{PCQ} = S_{OQCM} + S_{OMP} \overset{(۱)}{=} S_{OQCM} + S_{AOQ} = S_{AMC} \overset{(۲)}{=} \frac{۱}{۲}S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times ۱۲ = ۶$$

(هویدی) (پایه دهم ـ فصل سوم ـ درس دوم ـ ویژگی ذوزنقه)

۶- گزینه «۲» ـ در شکل اولیه فرض می‌کنیم:

تعداد نقاط درونی: i تعداد نقاط مرزی: b مساحت: s

و در شکل تغییر یافته:

تعداد نقاط درونی: i' تعداد نقاط مرزی: b' مساحت: s'

بنابر فرض مسئله:

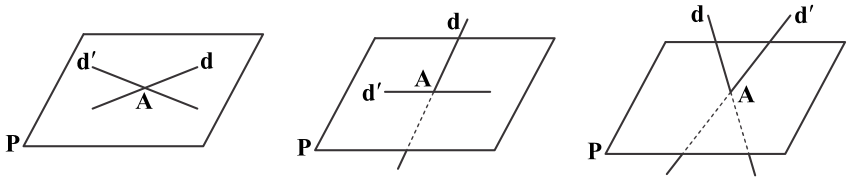
$$b' = b + ۴ \quad , \quad i' = i - ۴$$

اکنون بنابر فرمول پیک

$$s' = \frac{b'}{۲} + i' - ۱ = \frac{b+۴}{۲} + i - ۴ - ۱ = (\frac{b}{۲} + i - ۱) + (\frac{۴}{۲} - ۴) = s - ۲$$

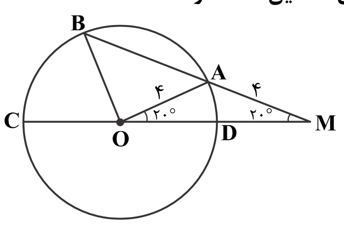
پس مساحت دو واحد کم می‌شود. (هویدی) (پایه دهم ـ فصل سوم ـ درس دوم ـ فرمول پیک)

۷- گزینه «۴» ـ شکل‌های روبه‌رو حالت‌های مختلف دو خط d و d′ و صفحه P را نشان می‌دهند. بنابراین حالت d و d′ با صفحه P نامشخص است.



(هویدی) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ درس اول ـ وضع خط و صفحه)

۸- گزینه «۳» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. چون $OA = MA = ۴$ پس مثلث AOM متساوی‌الساقین است و $A\widehat{O}M = \widehat{M} = ۲۰^\circ$ یعنی $\overset{\frown}{AD} = ۲۰^\circ$. می‌نویسیم:



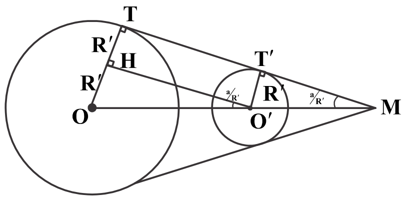
$$\widehat{M} = \frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{BC} - \overset{\frown}{AD}) \Rightarrow ۲۰^\circ = \frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{BC} - ۲۰^\circ) \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۶۰^\circ$$

در نهایت چون زاویه BOC زاویه مرکزی است به‌دست می‌آید:

$$B\widehat{O}C = \overset{\frown}{BC} = ۶۰^\circ$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ درس اول ـ زاویه بین امتداد دو وتر)

۹- گزینه «۲» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. چون O و O' از ضلع‌های زاویه M به یک فاصله هستند، پس روی نیم‌ساز این زاویه قرار دارند (زاویه بین دو مماس مشترک خارجی را α فرض کرده‌ایم.)



$O'H \parallel MT$ و OM مورب است، پس:

$$H\widehat{O'}O = T\widehat{M}O = \frac{\alpha}{۲}$$

اکنون در مثلث قائم‌الزاویه OHO' بنابر نسبت‌های مثلثاتی:

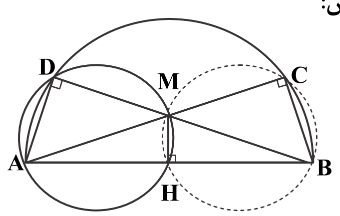
$$\sin\frac{\alpha}{۲} = \frac{OH}{OO'} = \frac{R-R'}{OO'} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

یعنی $\frac{\alpha}{۲} = ۳۰°$ در نتیجه $\alpha = ۶۰°$ و در نهایت به‌دست می‌آید:

$$\sin\alpha = \sin ۶۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ درس دوم ـ مماس مشترک دو دایره)

۱۰- گزینه «۴» ـ از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم. زاویه‌های C و D، محاطیِ مقابل به قطر هستند، پس:



$$\widehat{C} = \widehat{D} = ۹۰°$$

از طرف دیگر در چهارضلعی‌های $MCBH$ و $MDAH$ زاویه‌های روبه‌رو مکمل یکدیگرند. ($\widehat{C}+\widehat{H} = ۹۰°$ و $\widehat{D}+\widehat{H} = ۹۰°$) یعنی هر دو چهارضلعی محاطی هستند. با نوشتن رابطه‌های طولی در دایره‌های محاطی این چهارضلعی‌ها به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} BM\times BD = BH\times AB \\ AM\times AC = AH\times AB \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع می کنیم}} BM\times BD + AM\times AC$$

$$= BH\times AB + AH\times AB = AB(\underbrace{BH+AH}_{AB}) = AB^{۲} = ۴^{۲} = ۱۶$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ درس سوم ـ چهارضلعی محاطی و روابط طولی)

۱۱- گزینه «۲» ـ با توجه به اطلاعات مسئله

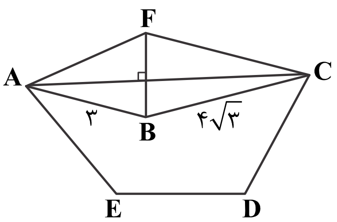
$$OA' = \frac{۱}{۳}OA \ , \ OB = ۳OB'$$

یعنی $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{۱}{۳}$. در نتیجه دو مثلث OAB و $OA'B'$ با نسبت تشابه ۳ متشابه هستند و می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو شکل متشابه برابر مربع نسبت تشابه است:

$$\frac{S_{OAB}}{S_{OA'B'}} = ۳^{۲} \Rightarrow \frac{۱۸}{S_{OA'B'}} = ۹ \Rightarrow S_{OA'B'} = ۲$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ مفهوم تجانس)

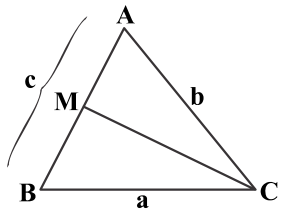
۱۲- گزینه «۴» ـ بنابر مسئله هم پیرامونی باید بازتاب بازتاب B را نسبت به AC به‌دست آوریم. چندضلعی $AFCDE$ با زمین داده شده هم محیط هستند ولی مساحت آن افزایش پیدا کرده است. میزان این افزایش برابر مساحت $AFCB$ است و $S_{AFCB} = ۲S_{ABC}$. در نتیجه



$$\text{میزان افزایش مساحت} = S_{AFCB} = ۲S_{ABC} = ۲\times(\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۴\sqrt{۳}\times\sin ۱۲۰°) = ۱۸$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ کاربرد تبدیلات (هم پیرامونی))

۱۳- گزینه «۳» ـ بنابر قضیه میانه‌ها



$$a^{۲} + b^{۲} = ۲CM^{۲} + \frac{C^{۲}}{۲}$$

پس:

$$۱۶ + ۹ = ۲CM^{۲} + \frac{۴}{۲} \Rightarrow ۲۵ = ۲CM^{۲} + ۲ \Rightarrow ۲۳ = ۲CM^{۲} \Rightarrow CM = \frac{\sqrt{۴۶}}{۲}$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل سوم ـ درس دوم ـ قضیه میانه‌ها)

هندسه ۳

۱- گزینه «۳» ـ می‌دانیم ضرب ۲ ماتریس زمانی امکان‌پذیر است درصورتی که تعداد ستون‌های ماتریس اول با تعداد سطرهای ماتریس دوم برابر باشد.

الف) $D_{۹\times۵}\quad B_{۵\times۱۱}\quad C_{۱۱\times۷}\quad A_{۲\times۷}$

✓ ✓ ×

ب) $A_{۲\times۷}\quad {C^t}_{۷\times۱۱}\quad B_{۵\times۱۱}$

✓ ✓

ج) $D_{۹\times۵}\quad B_{۵\times۱۱}\quad C_{۱۱\times۷}$

✓ ×

د) $B^t{}_{۱۱\times۵}\quad D^t{}_{۵\times۹}\quad A_{۲\times۷}$

✓ ×

(دیزجی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ ضرب ۲ ماتریس)

۲- گزینه «۲» ـ در اعمال بر روی دترمینان ماتریس‌ها، می‌توانیم یک سطر (یا ستون) را با ضرب در عددی حقیقی و جمع آن با سطر (یا ستون) دیگر، دترمینان خود را ساده‌تر نماییم به عبارت دیگر:

$$\begin{array}{c} h_۱\\ h_۲\\ h_۳\end{array}\begin{vmatrix} a & b & c\\ e & f & g\\ h & i & j\end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c\\ c-\alpha a & f-\alpha b & g-\alpha c\\ h-\beta\alpha & i-\beta b & j-\beta c\end{vmatrix}\begin{array}{l} h_۱\\ h_۲-\alpha h_۱\\ h_۳-\beta h_۱\end{array}$$

$$\begin{array}{c} h_۱\\ h_۲\\ h_۳\end{array}\begin{vmatrix} ۱ & ۴ & ۳\\ ۵ & ۲۸ & ۹\\ ۳ & ۱۲ & ۱۱\end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ۱ & ۴ & ۳\\ ۰ & ۸ & -۶\\ ۰ & ۰ & ۲\end{vmatrix}\begin{array}{l} h_۱\\ h_۲-۵h_۱\\ h_۳-۳h_۱\end{array} = |A|^۲ = ۱۶ \Rightarrow |A| = ۴$$

گزینه «۱»:

$$\begin{array}{c} h_۱\\ h_۲\\ h_۳\end{array}\begin{vmatrix} ۱ & ۵ & ۶\\ ۲ & ۱۲ & ۳\\ ۳ & ۱۵ & ۲۰\end{vmatrix} = \begin{array}{c} h_۱\\ h_۲-۲h_۱\\ h_۳-۳h_۱\end{array}\begin{vmatrix} ۱ & ۵ & ۶\\ ۰ & ۲ & -۹\\ ۰ & ۰ & ۲\end{vmatrix} = ۴$$

گزینه «۲»:

$$\begin{vmatrix} ۱ & ۲ & ۳\\ ۸ & ۱۷ & ۴\\ ۵ & ۱۰ & -۹\end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ۱ & ۲ & ۳\\ ۰ & ۱ & -۲۰\\ ۰ & ۰ & ۶\end{vmatrix} = ۶$$

گزینه «۳»: $۴۲ - ۲۰ = ۲۲$

گزینه «۴»: $۱(۱۶-۳۵) - ۰ + (-۲)(۱)(۲۰-۲۴) = -۱۹ + ۸ = -۱۱$

(دیزجی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دترمینان ماتریس)

۳- گزینه «۲» ـ در ماتریس A که متقارن است به‌ازای هر $۱ \le i , j \le ۳$ ، $[A_{ij}] = [A_{ji}]$

$$A = \begin{bmatrix} a-۷ & ۹-b & ۱۲-a-b\\ ۶ & c-۲ & ۱۱-c-a\\ ۸ & ۴ & ۳\end{bmatrix} \Rightarrow ۶ = ۹-b \Rightarrow b = ۳ , ۱۲-a-b = ۸ \Rightarrow a = ۱$$

$$۱۱-c-a = ۴ \Rightarrow c = ۶$$

حال می‌دانیم اگر $A^{-۱}$ وارون A باشد بنابراین $AA^{-۱} = I$ می‌باشد. بنابراین گزینه‌ها را چک می‌کنیم.

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -۶ & ۶ & ۸\\ ۶ & ۴ & ۴\\ ۸ & ۴ & ۳\end{bmatrix}$$

گزینه «۱»: $AA^{-۱} = \begin{bmatrix} -۶ & ۶ & ۸\\ - & - & -\\ - & - & -\end{bmatrix}\begin{bmatrix} +۱ & - & -\\ ۴ & - & -\\ -۲ & - & -\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & - & -\\ - & - & -\\ - & - & -\end{bmatrix}$ ×

گزینه «۲»: $AA^{-۱} = \begin{bmatrix} -۶ & ۶ & ۸\\ - & - & -\\ - & - & -\end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & - & -\\ ۳ & - & -\\ ۲ & - & -\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲۸ & - & -\\ - & - & -\\ - & - & -\end{bmatrix}$ ×

گزینه «۳»: $AA^{-۱}$ = مشابه پاسخ گزینه «۲»

گزینه «۴»: ✓

(دیزجی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ وارون ماتریس‌ها)

۴- گزینه «۴» ـ

$$A^۳=۶A^۲+۸A \xrightarrow{\times A^{-1}} A^۲AA^{-1}=۶AAA^{-1}+۸AA^{-1} \Rightarrow A^۲=۶A+۸I$$

$$\xrightarrow{\times A^{-1}} AAA^{-1}=۶AA^{-1}+۸A^{-1} \Rightarrow A-۸A^{-1}=۶I \Rightarrow |A-۸A^{-1}|=۶$$

(دیزجی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ وارون و دترمینان ماتریس‌ها)

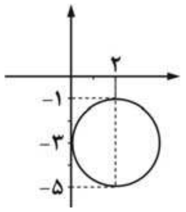
۵- گزینه «۲» ـ

$$A^۲=A\times A=\begin{bmatrix} ۳ & -۳ & ۴ \\ ۲ & -۳ & ۴ \\ ۰ & -۱ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & -۳ & ۴ \\ ۲ & -۳ & ۴ \\ ۰ & -۱ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۳ & -۴ & ۴ \\ ۰ & -۱ & ۰ \\ -۲ & ۲ & -۳ \end{bmatrix}$$

$$A^۲\times A^۲=\begin{bmatrix} ۳ & -۴ & ۴ \\ ۰ & -۱ & ۰ \\ -۲ & ۲ & -۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & -۴ & ۴ \\ ۰ & -۱ & ۰ \\ -۲ & ۲ & -۳ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}=I \checkmark$$ همانی

(دیزجی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ اعمال روی ماتریس‌ها و ضرب ۲ ماتریس)

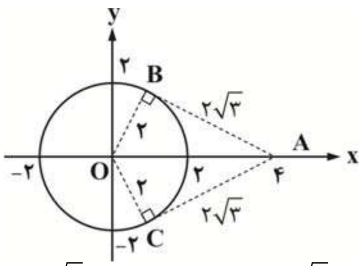
۶- گزینه «۲» ـ مرکز این دایره برابر است با $(۲,-۳)$ می‌باشد.



پس معادله به فرم $(x-۲)^۲+(y+۳)^۲=۴$ می‌باشد که فرم گسترده آن $x^۲+y^۲-۴x+۶y+۹=۰$ خواهد بود.

(دیزجی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ دایره)

۷- گزینه «۴» ـ



$B:(x,\sqrt{۳}) \Rightarrow$ y_B برابر است با ارتفاع $\overset{\Delta}{OBA}$

$C:(x,-\sqrt{۳}) \Rightarrow$ y_C برابر است با ارتفاع $\overset{\Delta}{OCA}$

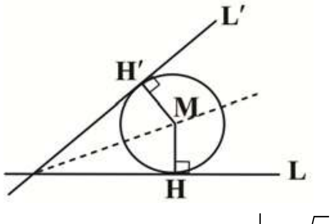
$$۲\times ۲\sqrt{۳}=y_B\times ۴ \Rightarrow y_B=\sqrt{۳}$$

حال می‌دانیم B بر روی دایره قرار دارد. درنتیجه:

$$x^۲+۳=۴ \Rightarrow x=\pm ۱ \Rightarrow (-۱,-\sqrt{۳}),(۱,\sqrt{۳})$$

(دیزجی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ دایره)

۸- گزینه «۳» ـ می‌دانیم مرکز دایره ای که بر دو خط متقاطع مماس است، روی نیمساز زاویه بین دو خط قرار دارد. پس طبق تعریف نیمساز، فاصله مرکز دایره تا دو خط باید یکسان باشد و این مقدار با شعاع دایره برابر است.



$$\begin{cases} L: y=۲x \\ L': x=۲y \end{cases}, M=(۲\sqrt{۵},b)$$

باید اول فاصله نقطه M از دو خط L و L' را به دست آورد:

$$L: ۲x-y=۰ \Rightarrow MH=\frac{|۲(۲\sqrt{۵}-b)|}{\sqrt{۲^۲+(-۱)^۲}}=\frac{|۴\sqrt{۵}-b|}{\sqrt{۵}}$$

$$L': x-۲y=۰ \Rightarrow MH'=\frac{|۲\sqrt{۵}-۲b|}{\sqrt{۱^۲+(-۲)^۲}}=\frac{|۲\sqrt{۵}-۲b|}{\sqrt{۵}}$$

$$MH=MH'=R \Rightarrow \frac{|۴\sqrt{۵}-b|}{\sqrt{۵}}=\frac{|۲\sqrt{۵}-۲b|}{\sqrt{۵}} \Rightarrow \begin{cases} ۴\sqrt{۵}-b=۲\sqrt{۵}-۲b \Rightarrow b=-۲\sqrt{۵} \\ ۴\sqrt{۵}-b=۲b-۲\sqrt{۵} \Rightarrow b=۶\sqrt{۵} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=-۲\sqrt{۵} \\ b=۶\sqrt{۵} \end{cases} \Rightarrow R=۶ \text{ یا } R=۲$$

$$۲\times ۲\sqrt{۳}=y_B\times ۴ \Rightarrow y_B=\sqrt{۳}$$

(سراسری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ دایره)

۹- گزینه «۲» ـ سه نقطه A و B و C روی دایره هستند پس باید در معادله گسترده دایره صدق کنند.

$$x^۲+y^۲+ax+by+c=۰ \xrightarrow{A(-۱,۰)} (-۱)^۲+۰-a+۰+c=۰ \Rightarrow a-c=۱$$

$$x^۲+y^۲+ax+by+c=۰ \xrightarrow{B(۳,۰)} (۳)^۲+۰+۳a+۰+c=۰ \Rightarrow ۳a+c=-۹$$

$$\Rightarrow a=-۲, c=-۳ \xrightarrow{C(۰,-۳)} b=۲ \Rightarrow x^۲+y^۲-۲x+۲y-۳=۰$$

حالا با داشتن معادله گسترده دایره می‌توانیم شعاع آن را به دست آوریم:

$$R=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}=\frac{۱}{۲}\sqrt{(-۲)^۲+(۲)^۲-۴(-۳)}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۲۰}=\sqrt{۵}$$

(سراسری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ دایره)

۱۰- گزینه «۴» ـ می دانیم در معادله دایره $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ مرکز و شعاع برابر است با:

$$O(\frac{-a}{۲},\frac{-b}{۲}), R=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c} \Rightarrow O(۱,۱), R=\sqrt{۵}$$

نقطه A روی دایره قرار دارد. پس خط گذرنده از A در نقطه A بر دایره مماس است. پس شیب خطّ مماس قرینه و معکوس شیب خط OA است.

$$m_{OA}=\frac{y_A-y_O}{x_A-x_O}=\frac{۳-۱}{۲-۱}=۲ \Rightarrow m_d=\frac{-۱}{۲} \Rightarrow y-y_A=\frac{-۱}{m_{OA}}(x-x_A) \Rightarrow d: ۲y+x=۸$$

(میرعظیم) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ دایره)

۱۱- گزینه «۲» ـ

$$\begin{cases} ۲b=۴\sqrt{۲} \Rightarrow b=۲\sqrt{۲} \\ a-c=۲ \Rightarrow a=c+۲ \end{cases}$$

$$b^۲=a^۲-c^۲ \Rightarrow (۲\sqrt{۲})^۲=(c+۲)^۲-c^۲ \Rightarrow c=۱ \Rightarrow a=۳ \Rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{۱}{۳}$$

(میرعظیم) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ بیضی)

۱۲- گزینه «۴» ـ چون سهمی قائم است ضریب جمله درجه دوم y برابر صفر خواهد بود و چون دهانه سهمی رو به بالاست باید پارامتر سهمی مثبت باشد:

$$n-۱=۰ \Rightarrow n=۱ \Rightarrow (m+۱)x^۲+۲x+۳y-۵=۰$$

$$P=-\frac{\text{ضریب متغیر درجه اول}}{۴\times\text{ضریب متغیر درجه دوم}}=-\frac{۳}{۴(m+۱)}>۰ \Rightarrow m+۱<۰ \Rightarrow m<-۱$$

بنابراین چون n برابر ۱ بود $m+n=m+۱<۰$ که فقط ۱- در گزینه‌ها این ماهیت را دارد. (طلوعی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ سهمی)

۱۳- گزینه «۳» ـ برای اینکه بتوانیم شکل را رسم کنیم باید مختصات رأس و P را پیدا کنیم. ابتدا معادله سهمی را استاندارد می‌کنیم:

$$x^۲-۶x+۸=۲y \Rightarrow (x-۳)^۲-۹=۲y-۸ \Rightarrow (x-۳)^۲=۲y+۱ \Rightarrow (x-۳)^۲=\underbrace{۲}_{۴P}(y+\frac{۱}{۲})$$

$$\text{سهمی قائم رو به بالا است} \Rightarrow \begin{cases} S(۳,-\frac{۱}{۲}) \\ ۴P=۲ \Rightarrow P=\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

در سهمی قائم و رو به بالا، خط هادی به اندازه $P=\frac{۱}{۲}$ واحد پایین‌تر از رأس آن قرار دارد پس معادله خط هادی به‌صورت زیر است:

$$y_{\text{هادی}}=\beta-P=-\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}=-۱ \Rightarrow y=-۱$$

(طلوعی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ سهمی)