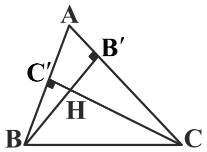
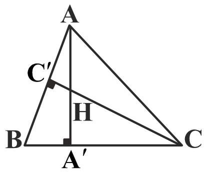
هندسه

۱- گزینه «۳» ــ از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم:



$$\widehat{BHC} = \widehat{B'HC'} = ۱۸۰^\circ - \hat{A}$$
$$= ۱۸۰^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = ۱۸۰^\circ - ۱۲۰^\circ$$
$$= ۶۰^\circ$$



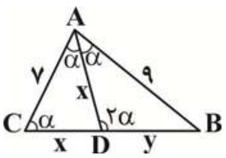
$$\widehat{AHC} = \widehat{A'HC'} = ۱۸۰^\circ - \hat{B}$$
$$= ۱۸۰^\circ - ۷۰^\circ = ۱۱۰^\circ$$

بنابراین:

$$\frac{\widehat{AHC}}{\widehat{BHC}} = \frac{۱۱۰^\circ}{۶۰^\circ} = \frac{۱۱}{۶}$$

(هویدی) (پایه دهم ــ فصل اول ــ درس ۲ ــ محل همرسی ارتفاع‌ها) (آسان)

۲- گزینه «۲» ــ از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم که در آن AD نیمساز زاویه A است. ابتدا توجه کنید که زاویه ADB زاویه خارجی برای مثلث ACD است، پس:



$$\widehat{ADB} = ۲\alpha$$

و مثلث ACD چون دو زاویه برابر دارد، پس متساوی‌الساقین است و:

$$AD = DC = x$$

در مثلث BAD و BCA به‌دلیل برابری زاویه‌ها متشابه هستند. با نوشتن نسبت تشابه به‌دست می‌آید:

$$\frac{y}{۷} = \frac{x}{۹} = \frac{۹}{x+y} \xrightarrow{\text{ویژگی‌های تناسب}} \frac{y+x}{۷+۹} = \frac{۹}{x+y} \Rightarrow (x+y)^۲ = ۹ \times ۱۶ \Rightarrow x+y = ۱۲$$

یعنی $BC = ۱۲$. (سراسری خارج از کشور ــ ۸۶) (پایه دهم ــ فصل دوم ــ درس ۳ ــ تشابه) (دشوار)

۳- گزینه «۲» ــ بنابر روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه BCD:

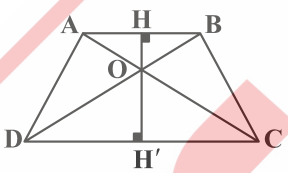
$$CE^۲ = DE \times BE = ۹ \times ۴ \Rightarrow CE = ۶$$

اکنون از تشابه دو مثلث ECD و EFB به‌دست می‌آید:

$$\frac{EF}{EC} = \frac{EB}{ED} \Rightarrow \frac{EF}{۶} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow EF = \frac{۸}{۳}$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دهم ــ فصل دوم ــ درس ۳ ــ تشابه) (متوسط)

۴- گزینه «۱» ــ از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم. دو مثلث OAB و OCD به نسبت $\frac{AB}{CD} = \frac{۶}{۹} = \frac{۲}{۳}$ است، بنابراین:



$$\frac{OH}{OH'} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \begin{cases} OH = ۲k \\ OH' = ۳k \end{cases}$$

از طرف دیگر $HH' = ۱۵$؛ یعنی:

$$OH + OH' = ۱۵ \Rightarrow ۵k = ۱۵ \Rightarrow k = ۳$$

یا $OH = ۶$ و $OH' = ۹$. اکنون به‌دست می‌آید:

$$S_{OAB} = \frac{۱}{۲} OH \times AB = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۶ = ۱۸$$

$$S_{OCD} = \frac{۱}{۲} \times OH' \times CD = \frac{۱}{۲} \times ۹ \times ۹ = \frac{۸۱}{۲} = ۴۰/۵$$

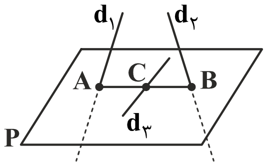
(هویدی) (پایه دهم ــ فصل دوم ــ درس ۳ ــ کاربردهای تشابه) (متوسط)

۵- گزینه «۲» ــ توجه کنید که در مثلث BDC، AB ارتفاع وارد بر CD است، پس:

$$S_{BDC} = \frac{۱}{۲} \times CD \times AB = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۶ = ۶$$

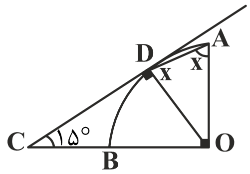
(هویدی) (پایه دهم ــ فصل سوم ــ درس ۲ ــ مساحت مثلث) (آسان)

۶- گزینه «۲» ــ سه خط را $d_{۱}$، $d_{۲}$ و $d_{۳}$ فرض می‌کنیم. صفحه P را که خط $d_{۳}$ را شامل است و $d_{۱}$ و $d_{۲}$ را قطع می‌کند، در نظر می‌گیریم (مطابق شکل A و B به‌ترتیب محل برخورد خط‌های $d_{۱}$ و $d_{۲}$ با صفحه P هستند). خط AB در صفحه P در صورت موازی نبودن با خط $d_{۳}$، خط موردنظر است. توجه کنید که اگر AB با $d_{۳}$ موازی باشد خط AB خط $d_{۳}$ را قطع نمی‌کند، اما چون از $d_{۳}$ بی‌شمار صفحه می‌گذرد، درصورتی‌که این اتفاق افتاد با تغییر وضعیت صفحه P خط مطلوب را به‌دست می‌آوریم.



(هویدی) (پایه دهم ــ فصل چهارم ــ درس ۱ ــ وضعیت دو خط ــ خط و صفحه در فضا) (دشوار)

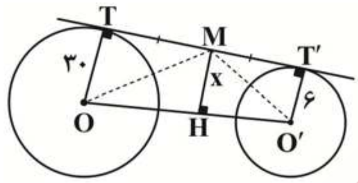
۷- گزینه «۲» ــ از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم. چون CD مماس بر دایره است، پس OD بر آن مماس است؛ یعنی مثلث OCD قائم‌الزاویه است و در آن به‌دست می‌آید $\widehat{DOC}=۷۵°$، در نتیجه $\widehat{AOD}=۱۵°$. اکنون با توجه به متساوی‌الساقین بودن $\overset{\Delta}{OAB}$ می‌توان نوشت:



$$۲x+۱۵=۱۸۰° \Rightarrow x=\frac{۱۶۵}{۲}=۸۲/۵°$$

(هویدی) (پایه یازدهم ــ فصل اول ــ درس ۱ ــ خط مماس بر دایره) (آسان)

۸- گزینه «۲» ــ از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم، به‌دست می‌آید:



$$TT'=\sqrt{OO'^{۲}-(R-R')^{۲}}=\sqrt{۴۰^{۲}-۲۴^{۲}}=\sqrt{(۴۰+۲۴)(۴۰-۲۴)}=۳۲$$

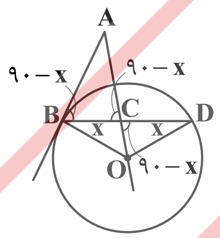
بنابراین $MT=MT'=۱۶$، اکنون می‌توان نوشت:

$$S_{TT'O'O}=S_{OTM}+S_{MO'T'}+S_{MOO'} \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times۳۲\times(۳۰+۶)=\frac{۱}{۲}\times۳۰\times۱۶+\frac{۱}{۲}\times۶\times۱۶+\frac{۱}{۲}\times۴۰\times x$$

$$\Rightarrow ۳۲\times۳۶=۳۰\times۱۶+۶\times۱۶+۴۰x \Rightarrow x=۷/۲$$

(هویدی) (پایه یازدهم ــ فصل اول ــ درس ۲ ــ وضع دو دایره ــ مماس مشترک) (دشوار)

۹- گزینه «۴» ــ از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم. مثلث OBD متساوی‌الساقین است.

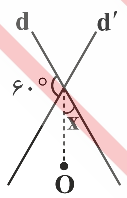


می‌توان نوشت: $\widehat{OBC}=\widehat{ODC}=x$

OB شعاع دایره است و بر مماس AB عمود است، در نتیجه $\widehat{ABC}=۹۰-x$. مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس $\widehat{ABC}=\widehat{ACB}=۹۰-x$. زاویه OCD با ACB متقابل به رأس است؛ یعنی $\widehat{ACB}=\widehat{OCD}=۹۰-x$. اکنون در مثلث OCD دو زاویه C و D متمم هستند، پس $\hat{O}=۹۰$، در نتیجه مثلث OCD قائم‌الزاویه است. (سراسری ــ ۹۴) (پایه یازدهم ــ فصل اول ــ درس ۱ ــ خط مماس بر دایره) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» ــ قرینه محل برخورد ارتفاع‌های مثلث نسبت به هر ضلع مثلث روی دایره محیطی مثلث قرار دارد، بنابراین $OH'=H'D$، در نتیجه دو مثلث AOH' و ADH' هم‌نهشت هستند و $\widehat{AOD}=\widehat{ADO}$. (سراسری ــ ۹۲) (پایه یازدهم ــ فصل اول ــ درس ۱ ــ زاویه در دایره) (متوسط)

۱۱- گزینه «۲» ــ با توجه به شکل، چون OP نیمساز زاویه مکمل ۶۰° یعنی ۱۲۰° است، پس:



$$x=\frac{۱۲۰°}{۲}=۶۰°$$

(کتاب همراه علوی) (پایه یازدهم ــ فصل دوم ــ درس ۱ ــ دوران) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» ــ چون طول ضلع‌های مثلث عددهایی صحیح هستند و محیط مثلث برابر ۸ است، پس تنها عددهایی که می‌توانند اندازه ضلع‌های مثلث باشند، ۲، ۳ و ۳ هستند. در این مثلث $P=\frac{۸}{۲}=۴$، در نتیجه بنابر دستور هرون:

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{۴\times(۴-۲)(۴-۳)(۴-۳)}=۲\sqrt{۲}$$

(هویدی) (پایه یازدهم ــ فصل سوم ــ درس ۴ ــ هرون) (دشوار)