

## ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۴» - گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینه «۱»:

$$(y > 2^x) \vee (x^2 + 3 = 0) \equiv T \vee F \equiv T$$

گزینه «۲»:

$$(عدد ۵ زوج است) \Rightarrow (۵ مربع کامل است) \equiv (F \Rightarrow F) \equiv T$$

گزینه «۳»:

$$(۳ عدد اول نیست) \Leftrightarrow (۳ مربع کامل است) \equiv (F \Leftrightarrow F) \equiv T$$

گزینه «۴»:

$$(6 < 15) \wedge (5 + 7 = 10) \equiv T \wedge F \equiv F$$

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل اول - درس اول - ارزش گزاره‌ها)

۲- گزینه «۳» - به دست می‌آید:

$$A \cap B = \{b, c, d\}, A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$$

چون  $A \cap B \subseteq X$ . پس تمام عضوهای  $A \cap B$  باید درون  $X$  باشد.

از طرف دیگر چون  $X \subseteq A \cup B$  در نتیجه  $X$  در داشتن  $a$  و  $e$  آزاد است یعنی می‌تواند  $a$  را داشته باشد یا نداشته باشد و همچنین  $b$  را می‌تواند داشته باشد یا نداشته باشد. به عبارت دیگر برای هر یک از  $a$  و  $b$  دو حالت داریم. پس برای  $X$ ,  $2 \times 2 = 4$  مجموعه به دست می‌آید.

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل اول - درس دوم - اجتماع - اشتراک - زیرمجموعه)

۳- گزینه «۳» - می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} [[A - (A - B)] \cup (A \cap B)]' &= [A - (A - B)]' \cap (A \cap B) = \\ &= [A - (A \cap B')] \cap A \cap B = [A \cap (A \cap B')] \cap A \cap B = \\ &= [A \cap (A' \cup B)] \cap A \cap B = [A' \cup (A' \cup B)] \cap A \cap B = \\ &= [A' \cup (A \cap B')] \cap A \cap B = \underbrace{[(A' \cup A) \cap (A' \cup B)]}_{\cup} \cap A \cap B = \\ &= \underbrace{(A' \cup B)}_{\text{بخشی}} \cap A \cap B = \underbrace{[(A' \cap A) \cup (B' \cap A)]}_{\emptyset} \cap B = B' \cap A \cap B = \underbrace{(B' \cap B)}_{\emptyset} \cap A = \emptyset \cap A = \emptyset \end{aligned}$$

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل اول - درس سوم - اعمال بین مجموعه‌ها)

۴- گزینه «۳» - ابتدا فضای نمونه‌ای را به دست می‌آوریم: چون بدون محدودیت، هر دانشجوی می‌تواند هر یک از ۵ هتل را انتخاب کند، پس کل حالت‌ها به صورت زیر به دست می‌آید.

$$n(s) = 5 \times 5 \times 5$$

برای پیدا کردن تعداد حالت‌هایی که هیچ دو دانشجویی در یک هتل نباشند به صورت زیر عمل می‌کنیم:

دانشجوی اول هر یک از ۵ هتل را می‌تواند انتخاب کند (۵ حالت). دانشجوی دوم چون نباید در هتلی که دانشجوی اول قرار دارد، باشد ۴ هتل باقی‌مانده را می‌تواند انتخاب کند (۴ حالت) در نهایت دانشجوی سوم یکی از ۳ هتل باقی‌مانده را انتخاب می‌کند، پس:

$$n(A) = 5 \times 4 \times 3$$

اکنون به دست می‌آید:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{5 \times 4 \times 3}{5 \times 5 \times 5} = \frac{12}{25} = 0.48$$

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل دوم - درس اول)

$$P(\{1, 2\}) = 2P(2) = 2P(4) = 4P(5) = x$$

۵- گزینه «۱» - فرض می‌کنیم:

$$P(1) + P(2) = x, \quad P(2) = \frac{x}{2}, \quad P(4) = \frac{x}{3}, \quad P(5) = \frac{x}{4}$$

به دست می‌آید:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 1$$

چون  $P(s) = 1$  پس:

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 1$$

یعنی:

$$P(\{1, 2, 5\}) = P(1) + P(2) + P(5) = x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = \frac{5x}{4} = \frac{5 \times \frac{12}{25}}{4} = \frac{3}{5}$$

به دست می‌آید  $x = \frac{12}{25}$ . اکنون می‌نویسیم:

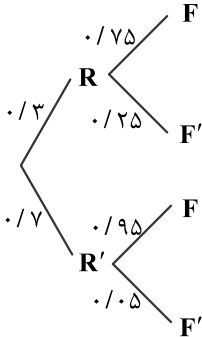
(هویدی) (آمار و احتمال - فصل دوم - درس دوم - احتمال غیر هم شانس)

۶- گزینه «۱» - از نابرابری  $P(A) > P(A|B)$  نتیجه می‌گیریم:

$$P(A) > \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A)P(B) > P(A \cap B) \Rightarrow P(B) > \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(B) > P(B|A)$$

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل دوم - درس سوم - احتمال شرطی)

۷- گزینه «۲» - اگر  $R$  باریدن باران و  $F$  برگزاری مسابقه فوتبال باشد، نمودار درختی زیر به دست می‌آید:



می‌خواهیم  $P(F')$  را به دست آوریم. بنابر فرمول احتمال کل، این احتمال مجموع احتمال‌های شاخه‌های  $R-F'$  و  $R'-F'$  است:

$$P(F') = 0.3 \times 0.25 + 0.7 \times 0.05 = 0.075 + 0.035 = 0.11$$

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل دوم - درس سوم - قانون احتمال کل)

۸- گزینه «۴» - چون  $A$  و  $B$  مستقل هستند، پس  $A'$  و  $B'$  هم مستقل هستند، یعنی:

$$P(A' \cap B') = P(A')P(B')$$

از طرف دیگر از مستقل بودن  $A$  و  $B$  نتیجه می‌گیریم:

$$P(B|A) = P(B) = \frac{1}{2}$$

اکنون به دست می‌آید:

$$P(A' \cap B') = P(A')P(B') = (1 - P(A))(1 - P(B)) = (1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{2}) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل دوم - درس سوم و چهارم - پیشامد مستقل و احتمال شرطی)

۹- گزینه «۲» - با توجه به این که کل داده‌ها ۱۰۰ تا است، می‌توان مجهول‌ها را به دست آورد.

$$x = \frac{50}{100}, \quad \frac{y}{100} = \frac{25}{100} \Rightarrow y = 25$$

$$z = \frac{15}{100}, \quad \frac{t}{100} = 0.1 \Rightarrow t = 10$$

اکنون به دست می‌آید:

$$\frac{y+t}{x+z} = \frac{25+10}{50+15} = \frac{35}{65} = \frac{100 \times 35}{65} = \frac{700}{13}$$

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل سوم - درس اول - جدول فراوانی)

۱۰- گزینه «۳» - از فرمول میانگین داده‌ها، مجموع ۵ داده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{مجموع ۵ داده}}{5} = 17 \Rightarrow \text{مجموع ۵ داده} = 85$$

به یکی از داده‌ها ۸ واحد اضافه کردیم و از یکی دیگر ۳ واحد کم می‌کنیم. یعنی مجموع ۵ داده به اندازه  $8 - 3 = 5$  واحد زیاد می‌شود:

$$\text{مجموع ۵ داده بعد از تغییرات} = 85 + 5 = 90$$

اکنون با اضافه کردن دو عدد ۱۰ و  $m$  مجموع ۷ داده جدید می‌شود  $100 + m = 90 + 10 + m$  و چون میانگین این ۷ داده برابر ۱۶ است پس:

$$\frac{100+m}{7} = 16 \Rightarrow 100+m = 112 \Rightarrow m = 12$$

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل سوم - درس دوم - میانگین داده‌ها)

۱۱- گزینه «۴» - بنابر فرمول ضریب تغییرات به دست می آید:

$$۱۵ = \text{انحراف معیار} = \sigma \Rightarrow \frac{\text{انحراف معیار}}{۵} = ۳ \Rightarrow \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}} = \text{ضریب تغییرات}$$

اکنون به دست می آید:

$$\sigma^2 = ۱۵^2 = ۲۲۵ = \text{واریانس داده‌ها}$$

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل سوم - درس سوم - ضریب تغییرات)

۱۲- گزینه «۱» - از فرمول  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  به دست می آید:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{۱۵}{\sqrt{۲۵}} = ۳$$

(هویدی) (آمار و احتمال - فصل چهارم - درس دوم - برآورد نقطه‌ای)

## ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۴» - در انتخاب‌ها باید c انتخاب شود.

$$۱ = ۱! \times \binom{۲}{۰} = \text{تعداد مسیر به طول ۲}$$

$$۴ = ۲! \times \binom{۲}{۱} = \text{تعداد مسیر به طول ۳} \quad \text{۱۱} = \text{تعداد کل مسیرها}$$

$$۶ = ۳! \times \binom{۲}{۲} = \text{تعداد مسیر به طول ۴}$$

(طلوعی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - گراف)



۲- گزینه «۳» - گزینه «۳» به صورت مستقیم اثبات می‌شود. (سراسری - ۸۶) (پایه دوازدهم - فصل اول - استدلال ریاضی)

۳- گزینه «۳» - با توجه به این که باقی‌مانده از مقسوم‌علیه کوچک‌تر است پس می‌تواند ۲ یا ۳ باشد پس:

$$\begin{cases} n = \Delta k + 2 \Rightarrow 3n^2 + 4 = 2\Delta k^2 + 20k + 4 + 4 = \Delta k' + 3 \\ n = \Delta k + 3 \Rightarrow 3n^2 + 4 = 2\Delta k^2 + 30k + 9 + 4 = \Delta k' + 3 \end{cases}$$

(احمدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - استدلال ریاضی)

۴- گزینه «۳» - گراف کامل از مرتبه ۱۰ دارای ۴۵ یال می‌باشد، بنابراین گراف داده شده گرافی است که از یک گراف کامل به تعداد دو یال برداشته

شده باشد که آن دو یال به یکی از دو حالت  و یا  می‌تواند از گراف کامل برداشته شود در حالت اول ۶ رأس و در حالت دوم ۷ رأس

دست‌نخورده باقی می‌ماند که هر یک از رؤس از درجه ماکزیم باشند. (طلوعی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - گراف)

۵- گزینه «۱» -

$$(3a - 2b)(\sqrt{5} + \sqrt{7}) + 6a + 6b = 6$$

$$\begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{5}, b = \frac{3}{5} \Rightarrow a - b = \frac{-1}{5}$$

(احمدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - استدلال ریاضی)

۶- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{cases} a|b-3 \Rightarrow b-3 = aq_1 \Rightarrow b = aq_1 + 3 \\ a|c-2 \Rightarrow c-2 = aq_2 \Rightarrow c = aq_2 + 2 \end{cases} \right\} \Rightarrow bc = aq_3 + 6 \Rightarrow bc + 5 = aq_3 + 11$$

(زبیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - بخش پذیری)

۷- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{cases} n+3 | 2n^2 - \Delta n - 4 \\ 2n^2 - \Delta n - 4 = (n+3)(2n-11) + 29 \end{cases} \right\} \Rightarrow \begin{cases} n+3 | (n+3)(2n-11) + 29 \\ n+3 | (n+3)(2n-11) \end{cases} \Rightarrow n+3 | 29 \Rightarrow \begin{cases} n+3 = 1 \Rightarrow n = -2 \\ n+3 = 29 \Rightarrow n = 26 \end{cases}$$

(زبیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - بخش پذیری)

۸- گزینه «۴» -

$$\left. \begin{cases} 1397 = 17 \times 82 + 3 \\ 2018 = 17 \times 118 + 12 \end{cases} \right\} \Rightarrow (17 \times 82 + 3)x \equiv 17 \times 118 + 12 \Rightarrow 3x \equiv 12 \Rightarrow x \equiv 4 \Rightarrow x = 17K + 4$$

(زبیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - همنهستی)

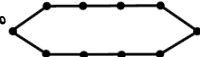
۹- گزینه «۲» -

$$408 \equiv -108 \Rightarrow m | 408 - (-108) \Rightarrow \left. \begin{cases} m | 516 = 2^2 \times 3 \times 43 \\ (m, 6) = 1 \end{cases} \right\} \Rightarrow m | 43 \xrightarrow{\text{بزرگترین}} m = 43$$

(زبیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - همنهستی)

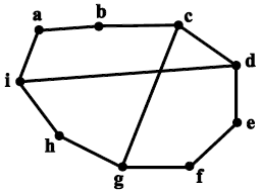
۱۰- گزینه «۳» - حداقل مرتبه باید طوری باشد که ۲۲ یال در آن جا شود  $\left( \begin{matrix} P \\ 2 \end{matrix} \right) \leftarrow P_{\min} = 8 \leftarrow 22 \leq \left( \begin{matrix} P \\ 2 \end{matrix} \right)$

حداکثر مرتبه نیز طوری اتفاق می‌افتد که هر دو رأس تنها به یک یال وصل باشند  $\left[ \dots \right] \left[ \dots \right] \left[ \dots \right] \leftarrow P_{\max} = 2 \times 22 = 44$  (پایه دوازدهم - فصل دوم - گراف)

۱۱- گزینه «۴» - شکل گراف  $C_4$  به صورت  می باشد هر رأسی که انتخاب شود دو رأس دیگر را احاطه می کند. در این گراف

باید ۴ رأس انتخاب شود تا هر ۱۰ رأس احاطه گردند. (زیبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - گراف)

۱۲- گزینه «۱» -



دور به طول ۹: abcdefghia

دور به طول ۸: gfediacbg

دور به طول ۶: gfedihg

اما دور به طول ۴ ندارد. (زیبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - گراف)