

## آمار و احتمال

۱- گزینه «۱» - از نادرستی  $p \Rightarrow r$  نتیجه می‌گیریم  $p$  درست و  $r$  نادرست است. همچنین از درستی  $p \Rightarrow q$  نتیجه می‌گیریم  $q$  درست است. از درستی  $q$ ، نادرستی  $r$  و درستی  $(r \vee s)$  نتیجه می‌گیریم  $s$  درست است. اکنون با معلوم شدن ارزش گزاره‌ها می‌توان ارزش هر یک از گزاره‌های داده شده را به دست آورد:

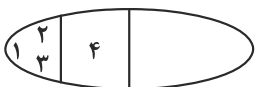
$p$	$q$	$r$	$s$	$q \Rightarrow r$	$r \Rightarrow s$	$s \Rightarrow r$	$q \wedge \sim s$
T	T	F	T	F	T	F	F

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - منطق ریاضی) (متوسط)

۲- گزینه «۴» - در یک حالت زیرمجموعه‌های شامل هر یک از اعداد ۵ و ۶ تک عضوی هستند.



در غیر این صورت با توجه به شکل زیر برای هر یک از اعداد ۵ و ۶، ۳ انتخاب داریم. هر یک از ۵ و ۶ می‌توانند در زیرمجموعه شامل اعداد ۱، ۲ و ۳ قرار گیرند یا در زیرمجموعه شامل عدد ۴ یا در زیرمجموعه‌ای جدید، پس تعداد افرازاها در این حالت برابر  $3 \times 3 = 9$  است.



در نتیجه پاسخ برابر  $9 + 1 = 10$  است. (هویدی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۲ و ۳ - افراز) (دشوار)

۳- گزینه «۱» - توجه کنید که عدد ۱۰- عضو همه مجموعه‌های  $A_1, A_q, \dots, A_5$  است، ولی عضو مجموعه  $A_4$  نیست.

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۲ - اعمال روی مجموعه‌ها) (دشوار)

۴- گزینه «۳» - توجه کنید که:

$$(A' \cup B)' = A \cap B' = A - B = \{3, 9\}$$

و:

$$(B \cap A') = B - A = \{1, 5\}$$

پس زوج مرتب  $(1, 3)$  دو مجموعه مدنظر قرار دارد. (هویدی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۳ - ضرب دکارتی) (متوسط)

۵- گزینه «۲» - فضای نمونه‌ای این آزمایش  $2^4 = 16$  عضو دارد. در ۴ حالت دقیقاً یک سکه «رو» ظاهر شده است. چون پیشامدهای ناسازگار با این پیشامد را می‌خواهیم، پس هیچ‌یک از این ۴ حالت نباید دو پیشامد مطلوب باشند؛ یعنی هر زیرمجموعه از  $12 = 16 - 4$  عضو باقی‌مانده یک

پیشامد مطلوب است؛ یعنی جواب برابر  $2^{12}$  است. (هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۱ - پیشامد) (آسان)

۶- گزینه «۱» - باید  $P(A' \cap B')$  را محاسبه کنیم:

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{4} - 0\right) = 1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۱ - قوانین احتمال) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - در زیر احتمال ظاهر شدن هر عدد را زیر آن نوشته‌ایم:

۱	۲	۳	۴	۵	۶
w	۴w	۹w	۱۶w	۲۵w	۳۶w

چون  $P(s) = 1$ ، پس:

$$w + 4w + 9w + 16w + 25w + 36w = 1 \Rightarrow w = \frac{1}{91}$$

بنابراین:

$$P(\{2, 3, 5\}) = 4w + 9w + 25w = 38w = \frac{38}{91}$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۲ - احتمال در فضای غیرهم‌شانس) (آسان)

۸- گزینه «۲» - می توان نوشت:

۳ مجموع: {۱, ۲}

۶ مجموع: {۱, ۵}, {۲, ۴}

۹ مجموع: {۲, ۷}, {۳, ۶}, {۴, ۵}

۱۲ مجموع: {۵, ۷}

در بین ۷ حالت به دست آمده در ۳ حالت حاصل ضرب عددهای دو مهره مضرب ۵ است؛ یعنی جواب برابر  $\frac{۳}{۷}$  است.

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - احتمال شرطی) (آسان)

۹- گزینه «۲» - فرض کنید B پیشامد سفید بودن مهره اول و A پیشامد این باشد که حداقل یکی از دو مهره خارج شده از جعبه دوم سفید است. طبق قانون احتمال کلی:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B') = \frac{۶}{۹} \times \left(1 - \frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}\right) + \frac{۳}{۹} \times \left(1 - \frac{\binom{۶}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}\right) = \frac{۲۰}{۲۷}$$

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۹) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - احتمال شرطی - احتمال کلی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - از نمودار درختی زیر استفاده می کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مرد: } \frac{۲}{۳} \xrightarrow{\text{سیگاری}} \frac{۱۵}{۱۰۰} \\ \text{زن: } \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{سیگاری}} \frac{۱۰}{۱۰۰} \end{array} \right.$$

اکنون بنابر قضیه بیز به دست می آید:

$$P = \frac{\frac{۲}{۳} \times \frac{۱۵}{۱۰۰}}{\frac{۲}{۳} \times \frac{۱۵}{۱۰۰} + \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۰}{۱۰۰}} = \frac{۳}{۴}$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - قضیه بیز) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» - چون  $P(B'|A) = P(B')$  پس A و B' مستقل از یکدیگرند، در نتیجه A و B و همچنین A' و B مستقل هستند.

$$P(B|A) = \frac{۳}{۵} \xrightarrow{A, B \text{ مستقل اند.}} P(B) = \frac{۳}{۵}$$

اکنون می توان نوشت:

$$P(A \cup B') = 1 - P((A \cup B)') = 1 - P(A' \cap B) = 1 - P(A')P(B) = 1 - \left(1 - \frac{۲}{۷}\right) \times \frac{۳}{۵} = 1 - \frac{۵}{۷} \times \frac{۳}{۵} = 1 - \frac{۳}{۷} = \frac{۴}{۷}$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۴ - پیشامدهای مستقل) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» - چون مُد در این داده ها برابر ۲ است، پس:

$$a - ۲ = a^۲ + b = ۲ \Rightarrow \begin{cases} a = ۴ \\ b = -۱۴ \end{cases}$$

بنابراین داده های دوم به صورت ۵, ۳, ۳, -۱۴, ۴, ۱ است، پس از مرتب کردن داده ها میانه را به دست می آوریم:

-۱۴, ۱, ۳, ۳, ۴, ۵

$$Q_۲ = \frac{۳+۳}{۲} = ۳$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۲ - میانه و مُد) (آسان)

۱۳- گزینه «۳» - تعداد نمونه های دوتایی  $\binom{۳۰}{۲} = ۴۳۵$  است. زمانی میانگین نمونه های دوتایی برابر ۱۰ است که مجموع آن برابر ۲۰ باشد.

نمونه های مطلوب: {۱, ۱۹}, {۲, ۱۸}, {۳, ۱۷}...{۹, ۱۱}

بنابراین جواب برابر است با:

$$P = \frac{۹}{۴۳۵} = \frac{۳}{۱۴۵}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل چهارم - درس ؟؟ - نمونه گیری) (متوسط)