

آمار و احتمال ۲

۱- گزینه «۴» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: عدد ۲ هم زوج و هم اول است. (نادرست)

گزینه «۲»: مربع هیچ عدد صحیحی کوچک‌تر از خود عدد نیست. (نادرست)

گزینه «۳»: رابطه به‌ازای $x = -1$ برقرار نیست. (نادرست)

گزینه «۴»: مربع هر عدد فرد در تقسیم به ۸ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ دارد: (درست)

$$x = 2k + 1 \Rightarrow x^2 = 4k^2 + 4k + 1 = \underbrace{4k(k+1)}_{2q} + 1 = 4 \times 2q + 1 = 8q + 1$$

(ایمانی) (فصل اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - ترکیب دوشروطی گزاره)

۲- گزینه «۳» -

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, \quad B = [-3, 3]$$

(ایمانی) (فصل اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها (جبر مجموعه‌ها))

۳- گزینه «۲» -

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow 0/8 = \frac{P(A \cap B)}{0/3} \Rightarrow P(A \cap B) = 0/24$$

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{P((A \cup B)')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - (0/3 + 0/3 - 0/24)}{0/7} = \frac{0/63}{0/7} = 0/9$$

(ایمانی) (فصل دوم - احتمال شرطی)

۴- گزینه «۴» - با توجه به اینکه $P(a) = P(b) + P(c)$ می‌باشد و همچنین $P(S) = 1$ داریم:

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1 \Rightarrow P(a) + P(a) = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} P(b) + P(c) = \frac{1}{2} \\ P(b)P(c) = \frac{1}{16} \end{cases} \xrightarrow{P(b)=x, P(c)=y} x + y = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = \frac{1}{4} \xrightarrow{xy = \frac{1}{16} \Rightarrow 4xy = \frac{1}{4}} x^2 + y^2 + 2xy - 4xy = \frac{1}{4} - 4xy$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow (x-y)^2 = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow P(b) = P(c)$$

$$P(b) = P(c), P(b) + P(c) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(b) = P(c) = \frac{1}{4}$$

(ایمانی) (فصل دوم - احتمال غیر هم‌شانس)

۵- گزینه «۲» -

A: پیشامد قرمز بودن یک مهره در مرحله اول

B: پیشامد قرمز بودن دو مهره در مرحله دوم

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{4}{7} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{4}{35}$$

(فیروزی) (فصل دوم - درس دوم - احتمال پیشامدهای وابسته)

۶- گزینه «۲» -

مرکز دسته (x)	۵	۷	۹	۱۱	۱۳
فراوانی (f)	۵	۸	۱۰	۷	۲

$$\bar{x} = \frac{5 \times 5 + 8 \times 7 + 10 \times 9 + 7 \times 11 + 2 \times 13}{5 + 8 + 10 + 7 + 2} \Rightarrow \bar{x} = \frac{25 + 56 + 90 + 77 + 26}{32} = \frac{274}{32} \Rightarrow \bar{x} = 8/5625$$

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۵) (فصل سوم - درس دوم - میانگین)

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{25}}{25} = \bar{x} \Rightarrow \frac{(2x_1 - 6) + (2x_2 - 6) + \dots + (2x_{25} - 6)}{25} = \bar{x} - 6$$

$$CV_1 = \frac{\sigma}{\bar{x}}, CV_2 = \frac{2\sigma}{2\bar{x} - 6}$$

$$\Rightarrow \frac{2\sigma}{2\bar{x} - 6} = \frac{1}{4} \times \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 8\bar{x} = 2\bar{x} - 6 \Rightarrow 6\bar{x} = -6 \Rightarrow \bar{x} = -1$$

$$-1 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{25}}{25} \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{25} = -25$$

(ایمانی) (فصل سوم - درس سوم)

۸- گزینه «۱» - مد، داده‌ای با بیشترین فراوانی است. با توجه به اینکه هریک از داده‌ها تنها یک بار تکرار شده‌اند، پس x باید یکی از همین داده‌ها باشد تا فراوانی یکی از داده‌ها برابر ۲ شود و در همان داده یعنی x مد داده‌ها شود. از طرفی میانگین با مد برابر است، پس:

$$\frac{x + 23 + 19 + 23 + 25 + 29 + 26 + 20}{8} = x \Rightarrow x + 175 = 8x \Rightarrow 7x = 175 \Rightarrow x = \frac{175}{7} = 25$$

با مرتب کردن داده‌ها، میانه داده‌ها را به دست می‌آوریم. اگر میانه نیز ۲۵ باشد، آنگاه x برابر ۲۵ است و در غیر این صورت، نشدنی می‌باشد:

$$19, 20, 23, \underbrace{25, 25}, 26, 29, 33$$

$$\text{میانه} = \frac{25+25}{2} = 25$$

پس اگر $x = 25$ باشد، میانگین، میانه و مد یکسان است. (ایمانی) (فصل سوم - درس دوم)

۹- گزینه «۱» - ابتدا ۵۷۰ را به ۳۰ تقسیم می‌کنیم تا به ۱۹ = $\frac{570}{30}$ دسته تقسیم شود. اگر از اولین دسته شماره ۸ انتخاب شده باشد، بنابراین برای

انتخاب عضو بعدی عدد ۸ با ۱۹ جمع می‌شود، پس عضو دوم برابر ۲۷ خواهد بود.

در نتیجه باقی‌مانده تقسیم شماره افرادی که انتخاب می‌شوند بر ۱۹ برابر ۸ است. بنابراین ۲۷، ۴۶ و ۶۵ بین شماره‌های انتخاب شده هستند و

عدد ۲۴ بین عددهای انتخابی نیست. (ایمانی) (فصل چهارم - درس اول)

۱۰- گزینه «۴» -

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} \alpha \frac{1}{\sqrt{n}} \xrightarrow{n \rightarrow 10n} \sigma_{\bar{x}} \alpha \frac{1}{\sqrt{10}} \sigma_{\bar{x}} \text{ قدیم}$$

(فیروزی) (فصل چهارم - درس دوم)