

$$1023 = \frac{a_1(1-(q^2)^5)}{1-q^2} \Rightarrow 1023 = \frac{a_1(1-(q^2)^5)}{1-q^2}$$

$$2046 = \frac{a_1q(1-(q^2)^5)}{1-q^2} \Rightarrow 2046 = \frac{a_1q(1-(q^2)^5)}{1-q^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1023}{2046} = \frac{\frac{a_1(1-q^2)}{1-q^2}}{\frac{a_1q(1-q^2)}{1-q^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{q} \Rightarrow q = 2$$

(تندرو) (فصل اول - دنباله‌های هندسی) (متوسط)

۲- گزینه «۳» -

الف) نادرست است، زیرا $a \neq 0$.

ب) درست است، زیرا:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0$$

$$f(0) < 0 \Rightarrow c < 0$$

پ) درست است، زیرا:

$$\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \text{هم علامت نیستند. } a \Rightarrow |a+b| < |a| + |b|$$

(تندرو) (فصل اول - تابع درجه دوم) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

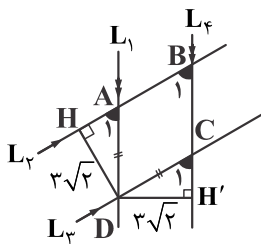
$$x = 2 \Rightarrow 2 + 2a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$\sqrt{3x-2} + x = 4 \Rightarrow \sqrt{3x-2} = 4-x \quad (1) \Rightarrow 3x-2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 11x + 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 9 \end{cases}$$

$x = 9$ غ ق است زیرا (۱) را منفی می‌کند، پس معادله ریشه دیگری ندارد. (کتاب همراه علوی) (فصل اول - جبر و معادله) (متوسط)

۴- گزینه «۲» -



$$\left. \begin{aligned} L_1: y &= 2x + \sqrt{10} \\ L_2: y &= 2x + 4\sqrt{10} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{L_1 \parallel L_2} L_2, L_1 \text{ فاصله} = \frac{|4\sqrt{10} - \sqrt{10}|}{\sqrt{4+1}} = \frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{2}$$

$$\left. \begin{aligned} L_3: y &= -x + 2 \\ L_4: y &= -x - 4 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{L_3 \parallel L_4} L_4, L_3 \text{ فاصله} = \frac{|-4 - 2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

از آنجا که حاصل ضرب شیب‌های خطوط L_1 و L_2 برابر با (-1) نیست، بنابراین $L_1 \perp L_2$ ، پس شکل تقریبی بالا را داریم. در این شکل طبق خطوط موازی و مورب، زوایای \hat{A}_1 و \hat{B}_1 با هم برابر خواهد شد و لذا مثلث‌های ADH و CDH' هم‌نهشت‌اند و در نتیجه $AD = CD$ و این یعنی متوازی‌الاضلاع $ABCD$ لوزی است. (تندرو) (فصل اول - هندسه تحلیلی) (دشوار)

۵- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{aligned} D_f &= [1, +\infty) \\ D_g &= (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) = \mathbb{R} - (0, 1) \\ D_h &= [1, +\infty) \\ D_s &= \mathbb{R} - [0, 1] \end{aligned} \right\} \Rightarrow f \neq g, g \neq s$$

(تندرو) (فصل دوم - برابری دو تابع) (متوسط)

۶- گزینه «۳» -

$$\begin{aligned} 2 - [x] \geq 0 &\Rightarrow [x] \leq 2 \Rightarrow x < 3 \quad (1) \\ [x] - 1 \neq 0 &\Rightarrow [x] \neq 1 \Rightarrow x \notin [1, 2) \Rightarrow x \in \mathbb{R} - [1, 2) \quad (2) \\ \xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f &= (-\infty, 1) \cup [2, 3) \end{aligned}$$

(تندرو) (فصل دوم - ترکیبی) (متوسط)

۷- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{aligned} D_f &= \{1, 2, 3, -1\} \\ D_g &= [2, +\infty) \end{aligned} \right\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{2, 3\}$$

$$D_h = \{2, 3\} - \{x \mid g(x) = 1\} = \{2\} \xrightarrow{\text{مجموع اعضاها}} 2$$

(تندرو) (فصل دوم - اعمال جبری روی توابع) (متوسط)

۸- گزینه «۳» -

$$\begin{aligned} (g \circ f^{-1})(4) &= g(f^{-1}(4)) \\ f^{-1}(4) = a &\Rightarrow f(a) = 4 \Rightarrow \sqrt{a^2 - a - 4} = 4 \Rightarrow a^2 - a - 4 = 16 \Rightarrow a^2 - a - 20 = 0 \\ \Rightarrow (a - 5)(a + 4) = 0 &\Rightarrow \begin{cases} a = 5 \Rightarrow f^{-1}(4) = 5 \Rightarrow g(f^{-1}(4)) = g(5) = 0 \\ a = -4 \notin D_g \text{ غ ق ق} \end{cases} \end{aligned}$$

(تندرو) (فصل دوم - ترکیبی) (متوسط)

۹- گزینه «۴» - در تابع نمایشی $f(x) = a^x$ اگر $0 < a < 1$ ، تابع کاهشی است.

$$0 < x < 1 \Rightarrow x < 2x \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^x > \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$$

در تابع لگاریتمی $f(x) = \log_a^x$ اگر $0 < a < 1$ ، تابع کاهشی و اگر $a > 1$ افزایشی خواهد بود.

$$\sqrt{2} < \sqrt{3} \Rightarrow \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} > \log_{\sqrt{2}} \sqrt{3} \Rightarrow \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} > \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{3}$$

همچنین داریم:

$$10^2 < 200 < 10^3 \Rightarrow \log 10^2 < \log 200 < \log 10^3 \Rightarrow 2 < \log 200 < 3$$

(تندرو) (فصل سوم - ترکیبی) (آسان)

۱۰- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{aligned} 9 - x^2 > 0 &\Rightarrow x^2 < 9 \Rightarrow -3 < x < 3 \quad (1) \\ 9 - x^2 \neq 1 &\Rightarrow x^2 \neq 8 \Rightarrow x \neq \pm 2\sqrt{2} \quad (2) \\ x > 0 &\quad (3) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} x \in (0, 3) - \{2\sqrt{2}\}$$

(تندرو) (فصل سوم - تابع لگاریتمی) (آسان)

۱۱- گزینه «۴» -

$$\log_{15}^{45} = \log_{15}^3 + \log_{15}^{15} = \log_{15}^3 + 1 = \frac{1}{\log_3^{15}} + 1 = \frac{1}{\log_3^5 + \log_3^3} + 1 = \frac{1}{a+1} + 1 = \frac{a+2}{a+1}$$

(تندرو) (فصل سوم - ویژگی‌های لگاریتم) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$\log_7^x + \log_{\sqrt{7}}^x = 20 \Rightarrow \log_7^x + \frac{1}{2} \log_7^x = 20 \Rightarrow \frac{3}{2} \log_7^x = 20 \Rightarrow \log_7^x = \frac{40}{3} \Rightarrow x = 7^{\frac{40}{3}}$$

$$\log_{\sqrt{7}}^x = \log_{\sqrt{7}}^{7^{\frac{40}{3}}} = \log_{7^{\frac{1}{2}}}^{7^{\frac{40}{3}}} = \frac{\frac{40}{3}}{\frac{1}{2}} \log_7^7 = \frac{80}{3}$$

(تندرو) (فصل سوم - معادلات لگاریتمی) (آسان)

۱۳- گزینه «۳» -

$$S_{\text{قاعده}} = S_{\text{قطاع}} = \frac{\pi}{2\pi} \times \pi \times 10^2 = 10\pi$$

(ارتفاع) $h = 10$

$$V = S \cdot h = 10\pi \times 10 = 100\pi$$

(تندرو) (فصل چهارم - رادیان) (آسان)

۱۴- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{aligned} \sin(-75^\circ) &= -\sin 75^\circ = -\frac{1}{2} \\ \tan \frac{17\pi}{4} &= \tan \frac{\pi}{4} = 1 \\ \cos(-\frac{13\pi}{3}) &= \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \\ \cot(-45^\circ) &= -\cot 45^\circ = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \frac{-\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} - (-1)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

(تندرو) (فصل چهارم - ترکیبی) (متوسط)

۱۵- گزینه «۲» -

$$T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} \max = 2 &\Rightarrow |a| + c = 2 \\ \min = -2 &\Rightarrow -|a| + c = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c = -\frac{1}{2}, |a| = \frac{5}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{5}{2}$$

نمودار به صورت کسینوسی است، بنابراین:

$$y = \frac{5}{2} \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) - \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad y = \frac{5}{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}x\right) - \frac{1}{2}$$

(تندرو) (فصل چهارم - توابع سینوس و کسینوس) (دشوار)

۱۶- گزینه «۴» -

$$\cos 40^\circ = 2 \cos^2 20^\circ - 1 = 2(2a^2 - 1)^2 - 1 = 2(4a^4 - 4a^2 + 1) - 1 = 8a^4 - 8a^2 + 1$$

$$\cos 20^\circ = 2 \cos^2 10^\circ - 1 = 2a^2 - 1$$

(تندرو) (فصل چهارم - نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» - گزینه «۱» درست است، چون تابع در همسایگی راست « $x = 1$ » تعریف نمی‌شود، فقط دارای حد چپ است و در $x = 1$ حد ندارد.

(کتاب همراه علوی) (فصل پنجم - حدهای یکطرفه) (آسان)

۱۸- گزینه «۱» -

$$x \rightarrow 0^- \Rightarrow -1 < x < 0 \Rightarrow \begin{cases} |x| = -x \\ [x] = -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - [x]}{2|x| + [x]} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x - (-1)}{2(-x) + (-1)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1-x}{-2x-1} = \frac{1-0}{0-1} = -1$$

(کتاب همراه علوی) (فصل پنجم - قضایای حد) (متوسط)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \sqrt{\cos x}}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos x}{(\cos^2 x + \sqrt{\cos x})x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos x}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos^2 x - 1)}{2x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos x - 1)(\cos^2 x + \cos x + 1)}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x(-2 \sin^2 \frac{x}{2})^2}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x(-\frac{x^2}{4})^2}{x^2} = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

(سراسری داخل کشور ریاضی - ۹۳) (فصل پنجم - حد توابع مثلثاتی) (دشوار)

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + \sqrt{1-x})}{(1-1+x)} = 2$$

$$f(0) = a \Rightarrow a = 2$$

(کتاب همراه علوی) (فصل پنجم - حد و پیوستگی) (آسان)