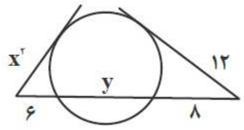
هندسه ۲

۱- گزینه «۳» ـ باتوجه به روابط طولی در دایره داریم:



$$۱۲\times ۱۲ = ۸\,(۸+y) \Rightarrow y = ۱۰$$

$$x^۴ = ۶\,(۶+y) \Rightarrow x^۴ = \underbrace{۶\,(۱۶)}_{۹۶} \Rightarrow x^۲ = \sqrt{۹۶}$$

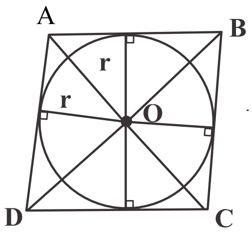
(گروه مؤلفان علــوی) (فصل اول ـ دایره ـ روابط طولی در دایره)

۲- گزینه «۴» ـ

$$\widehat{D} = ۱۴۰^\circ = \frac{\overparen{A'BB'}}{۲} \Rightarrow \overparen{A'BB'} = ۲۸۰^\circ \Rightarrow \overparen{A'DB'} = ۳۶۰^\circ - ۲۸۰^\circ = ۸۰^\circ$$

$$\widehat{M} = \frac{\overparen{A'DB'} - \overparen{AB}}{۲} \Rightarrow ۳۰^\circ = \frac{۸۰^\circ - \overparen{AB}}{۲} \Rightarrow \overparen{AB} = ۲۰^\circ$$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ زاویه در دایره)



۳- گزینه «۱» ـ از نقطه O مرکز دایره به نقاط C ، B ، A , D وصل می‌کنیم. باتوجه به شکل داریم:

$$S_{ABCD} = S_{\overset{\Delta}{AOB}} + S_{\overset{\Delta}{BOC}} + S_{\overset{\Delta}{COD}} + S_{\overset{\Delta}{AOD}}$$

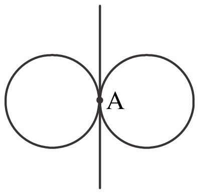
$$= \frac{r\times AB}{۲} + \frac{r\times BC}{۲} + \frac{r\times CD}{۲} + \frac{r\times AD}{۲} = r(\frac{AB+BC+CD+AD}{۲}) \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{۵}{۲}\times\frac{۸}{۲} = ۱۰$$

(گروه مؤلفان علــوی) (سال یازدهم ـ هندسه ۲ ـ فصل اول ـ دایره ـ چند ضلعی محیطی)

۴- گزینه «۳» ـ چون در انتقال شیب خط حفظ می‌شود، پس $۳ = \frac{۴m-۲}{m}$ یعنی $m = ۲$.

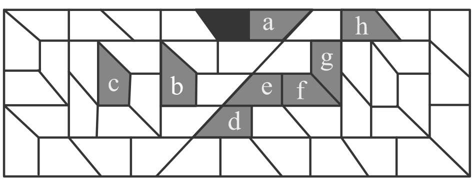
(گروه مؤلفان علــوی) (فصل دوم ـ تبدیل‌های هندسی و کاربردها ـ انتقال)

۵- گزینه «۴» ـ با توجه به این‌که دو دایره در نقطه A مماس‌اند، می‌توان گفت که این دو دایره نسبت به خط مماس بر دایره‌ها در نقطه A بازتاب یکدیگرند که می‌توان آن را یک دوران ۱۸۰° به مرکز A و یا یک تجانس با نسبت ۱- و به مرکز A در نظر گرفت. بنابراین گزینه «۴» درست است.



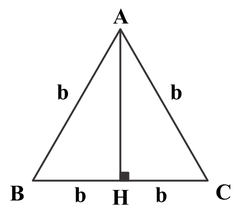
(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم ـ تبدیل ـ ترکیبی)

۶- گزینه «۲» ـ شکل a بازتاب یافته شکل سیاه نسبت به محور عمودی و شکل d بازتاب یافته شکل سایه‌دار نسبت به محور افقی است.



(گروه مؤلفان علــوی) (فصل دوم ـ تبدیل‌های هندسی و کاربردها ـ بازتاب)

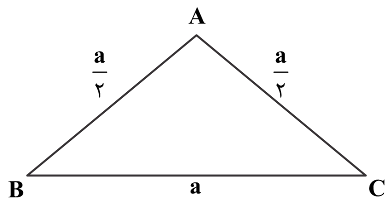
۷- گزینه «۴» ـ روش اول:



$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}\\ \sin A=۲\sin B=۲\sin C\end{array}\right\}\Rightarrow a=۲b=۲c\Rightarrow b=c=\dfrac{a}{۲}$$

چنین مثلثی وجود ندارد، زیرا وتر با ضلع زاویه قائمه برابر شده است(مثلاً در مثلث AHC).

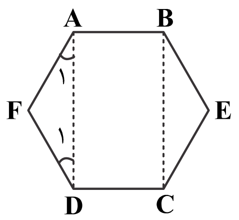
روش دوم:



$$\frac{a}{۲}+\frac{a}{۲}<a\Rightarrow$$ غ ق ق

(کتاب همراه علـوی) (فصل سوم ـ روابط طولی ـ قضیه سینوس‌ها)

۸- گزینه «۴» ـ می‌دانیم اندازه هر زاویه داخلی شش‌ضلعی منتظم برابر با °۱۲۰ است. با توجه به این‌که مثلث AFD متساوی‌الساقین است. داریم:



$$\overset{\Delta}{AFD}:\widehat{A}_۱+\widehat{F}+\widehat{D}_۱=۱۸۰^\circ\xrightarrow{\widehat{A}_۱=\widehat{D}_۱}۲\widehat{D}_۱+۱۲۰^\circ=۱۸۰^\circ\Rightarrow\widehat{D}_۱=۳۰^\circ$$

$$F\widehat{D}C=\widehat{D}_۱+A\widehat{D}C\Rightarrow ۱۲۰^\circ=۳۰^\circ+A\widehat{D}C\Rightarrow A\widehat{D}C=۹۰^\circ$$

با توجه به این‌که در چهارضلعی ABCD ، اضلاع روبه‌رو موازی بوده و همه زوایای آن °۹۰ می‌باشد. این چهارضلعی مستطیل است، حال کـافی است طول این مستطیل را محاسبه کنیم:

$$\overset{\Delta}{AFD}:AD^۲=AF^۲+DF^۲-۲AF\times DF\cos۱۲۰^\circ\Rightarrow AD^۲=۲^۲+۲^۲-۲\times۲\times۲\times(-\frac{۱}{۲})=۱۲\Rightarrow AD=۲\sqrt{۳}$$

$$S_{\text{مستطیل}\ ABCD}=AD\cdot CD=۲\sqrt{۳}\times۲=۴\sqrt{۳}$$

(گروه مؤلفان علـوی) (فصل سوم ـ روابط طولی ـ قضیه کسینوس‌ها)

۹- گزینه «۲» ـ

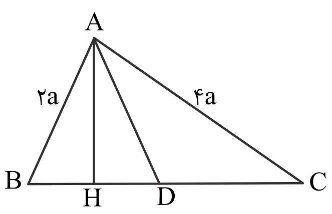
$$a=۵\,,\,b=۶\,,\,c=۷\Rightarrow\quad \text{محیط}:۲P=۱۸$$

$$\text{مساحت}:\ S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{۹\times۴\times۳\times۲}=۶\sqrt{۶}$$

$$S=\frac{۱}{۲}\times۶\times h=۶\sqrt{۶}\Rightarrow h=۲\sqrt{۶}$$

(چراغی) (فصل سوم ـ قضیه هرون)

۱۰- گزینه «۳» ـ می‌دانیم در هر مثلث نیمساز نظیر هر زاویه، ضلع مقابل را به نسبت دو ضلع زاویه تقسیم می‌کند، بنابراین داریم:



$$\frac{BD}{CD}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{BD}{CD}=\frac{۲a}{۴a}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}\frac{BD}{BD+CD}=\frac{۱}{۲+۱}\Rightarrow\frac{BD}{BC}=\frac{۱}{۳}$$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=\frac{\frac{۱}{۲}AH\times BD}{\frac{۱}{۲}AH\times BC}=\frac{BD}{BC}\Rightarrow\frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=\frac{۱}{۳}$$

(سراسری خارج از کشور ریاضی ـ ۸۵) (فصل سوم ـ قضیه نیمسازها)