

## ریاضی و آمار

۱- گزینه «۴» - چون این ۴ نفر در ۴ رشته ورزشی متمایز حضور دارند، بنابراین ترتیب انتخاب‌ها مهم است، در نتیجه از فرمول تبدیل استفاده می‌کنیم:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow P(8, 4) = \frac{8!}{(8-4)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!}$$

$$P(8, 4) = 1680$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - شمارش - تبدیل) (متوسط)

۲- گزینه «۲» - چون گفته شده شامل حرف I نباشد، این حرف را کنار می‌گذاریم، از طرفی حرف Z باید در اول باشد:

Z فقط B, r, a, i B, r, a, i



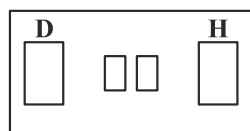
B, r, a, i B, r, a, i

$$\Rightarrow \text{تعداد کلمات مطلوب} = 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - شمارش - جایگشت (تبدیل)) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - نحوه قرار گرفتن ۶ کارت در کنار هم بدون هیچ شرطی عبارت است از:

$$n(S) = 6!$$



$$\Rightarrow n(A) =$$

جابه جایی کارت D, H

انتخاب دو کارت برای قرارگیری  
بین کارت های D, H

$$\binom{4}{2}$$

جابه جایی دو کارت  
و بسته بزرگ

جا به جایی دو کارت  
بین کارت های D, H

$$n(A) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 144 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{144}{6!} = \frac{144}{720} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{5}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال) (دشوار)

۴- گزینه «۲» -

$$n(S) = 60$$

$$10 \text{ مضرب } A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10} \text{ احتمال این که مضرب } 10 \text{ باشد.}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \text{ احتمال این که مضرب } 10 \text{ نباشد.}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال متمم) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - پیشامد گزینه «۳»، «A رخ دهد، ولی B و C هر دو با هم رخ ندهند» را نشان می‌دهد که به صورت  $A - (B \cap C)$  بیان می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱» } (B \cup C) - A \text{ / گزینه «۲» } A - (B \cup C) \text{ / گزینه «۴» } C - (A \cup B)$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - اعمال روی پیشامدها) (دشوار)

۶- گزینه «۱» - تحلیل داده‌ها (مرتب کردن داده‌ها، استفاده از شاخص‌های مرکزی و پراکندگی، استفاده از نمودارها و جدول‌ها) مربوط به گام

چهارم می‌باشد. اگر داده دور افتاده نداشته باشیم، بهتر است از  $\bar{x}$  و  $\sigma$  به عنوان شاخص‌های مرکزی و پراکندگی استفاده کنیم. اما اگر داده

دور افتاده داشته باشیم، باید از میانه و دامنه میان چارکی به عنوان شاخص‌های مرکزی و پراکندگی استفاده کنیم. چون داده دور افتاده نداریم،

بنابراین گزینه «۱» صحیح است. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۳ - چرخه آمار در حل مسائل) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - با استفاده از رابطه بازگشتی نتیجه می‌گیریم که دو جمله  $a_n$  و  $a_{n+1}$  متوالی‌اند و هر جمله ۲- برابر جمله قبلی است، بنابراین داریم:  
 $-۳, ۶, -۱۲, ۲۴, -۴۸, \dots$

با توجه به جملات نتیجه می‌گیریم:

$$-۳ = -۳(-۲)^0 = a_1$$

$$۶ = -۳(-۲)^1 = a_۲$$

$$-۱۲ = -۳(-۲)^۲ = a_۳ \Rightarrow a_n = -۳(-۲)^{n-1}$$

$$۲۴ = -۳(-۲)^۳ = a_۴$$

$$-۴۸ = -۳(-۲)^۴ = a_۵$$

\* چون در جمله اول توان ۲-، صفر است، بنابراین باید در جمله عمومی توان  $n-1$ ،  $n-1$  شود.  
 (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل‌سازی و دنباله) (متوسط)

۸- گزینه «۳» - رابطه بازگشتی نشان می‌دهد که اختلاف مشترک این دنباله برابر  $-\frac{1}{۳}$  می‌باشد:

$$a_n = a_{n+1} + \frac{1}{۳} \Rightarrow a_{n+1} = a_n - \frac{1}{۳} \Rightarrow d = -\frac{1}{۳}$$

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت  $a_n = a_1 + (n-1)d$  می‌باشد:

$$a_۵ = a_1 + ۴d \Rightarrow a_۵ + a_۳ = ۲a_1 + ۶d = ۲(-۳) + ۶(-\frac{1}{۳}) \Rightarrow a_۵ + a_۳ = -۶$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (متوسط)

۹- گزینه «۲» -

$$\text{از جملات دنباله} \Rightarrow a_1 = -۴, a_۵ = -۱۶$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow -۴ + ۴d = -۱۶ \Rightarrow d = -۳$$

$$S_n = \frac{n}{۲}[۲a_1 + (n-1)d] \xrightarrow{n=۱۴} S_{۱۴} = \frac{۱۴}{۲}[۲(-۴) + ۱۳(-۳)] \Rightarrow S_{۱۴} = ۷[-۸ - ۳۹] \Rightarrow S_{۱۴} = -۳۲۹$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} a_1 = -۵ \\ a_۶ = ۸a_۹ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_n = a_1 r^{n-1} \\ a_1 r^۵ = ۸a_1 r^۸ \end{cases} \Rightarrow ۱ = ۸r^۳ \Rightarrow r^۳ = \frac{1}{۸} \Rightarrow r = \frac{1}{۲}$$

$$a_۳ = a_1 r^۲ = -۵(\frac{1}{۲})^۲ \Rightarrow a_۳ = -\frac{۵}{۴}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - دنباله هندسی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» -

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{1}{۶} \\ a_n = \frac{1}{۵} a_{n+1} \end{cases} \Rightarrow a_{n+1} = ۵a_n \Rightarrow r = ۵$$

$$S_n = a_1 \frac{1-r^n}{1-r} \Rightarrow S_۴ = -\frac{1}{۶} \times \frac{1-(۵)^۴}{1-۵} \Rightarrow S_۴ = \frac{1}{۲۴}(-۶۲۴) \Rightarrow S_۴ = -۲۶$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - دنباله هندسی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» -

$$\frac{۳۵}{۱۰} \times (\frac{۳}{۵})^{-۱} \times (\frac{۱۴}{۱۰})^{-۲} \times (\frac{۷}{۵})^۲ = \frac{۳۵}{۱۰} \times (\frac{۳۵}{۱۰})^{-۱} \times (\frac{۷}{۵})^{-۳} \times (\frac{۷}{۵})^۲ = (\frac{۳۵}{۱۰})^0 \times (\frac{۷}{۵})^{-۱} = ۱ \times \frac{۵}{۷} = \frac{۵}{۷}$$

\* از روابط زیر استفاده کرده‌ایم:

$$\begin{cases} a^{-m} = \frac{1}{a^m} \\ a^m \times a^n = a^{m+n} \end{cases}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۲ - ریشه  $m$ ام و توان  $m$ گویا) (متوسط)

۱۳- گزینه «۱» -

$$\frac{(125)^{\frac{1}{2}} \times (125)^{\frac{1}{6}}}{625} = \frac{(\Delta^3)^{\frac{1}{2}} \times (\Delta^3)^{\frac{1}{6}}}{\Delta^4} = \frac{\Delta^{\frac{3}{2}} \times \Delta^{\frac{1}{2}}}{\Delta^4} = \frac{\Delta^{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}}}{\Delta^4} = \frac{\Delta^2}{\Delta^4} = \Delta^{2-4} = \Delta^{-2} = \frac{1}{\Delta^2} = \frac{1}{25}$$

از روابط زیر استفاده شده است:

$$\begin{cases} (a^m)^n = a^{mn} \\ \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \\ a^m \cdot a^n = a^{m+n} \\ a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} \end{cases}$$

(اکبری) پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۲ - ریشه nام و توان گویا (آسان)

۱۴- گزینه «۲» -

$$A = \frac{\sqrt{12} \times (225)^{-4} \times 3^{-8}}{18 \times \sqrt{3} \times \Delta^2} = \frac{\sqrt{3} \times 4 \times (\Delta^2 \times 3^2)^{-4} \times 3^{-8}}{2 \times 3^2 \times \sqrt{3} \times \Delta^2} = \frac{\sqrt{3} \times 2 \times \Delta^{-8} \times 3^{-8} \times 3^{-8}}{2 \times 3^2 \times \sqrt{3} \times \Delta^2} = \Delta^{-18} \times 3^{-18} = (15)^{-18}$$

$$A \text{ ریشه نهم: } \sqrt[9]{(15)^{-18}} = 15^{-\frac{18}{9}} = 15^{-2} = \frac{1}{225}$$

$$* \begin{cases} \frac{m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m} \\ \frac{m}{a^n} = (a^n)^m = (a^m)^{\frac{1}{n}} \end{cases}$$

(اکبری) پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۲ - ریشه nام و توان گویا (متوسط)

۱۵- گزینه «۳» -

$$(\cdot / 75)^{-2x} \times \left(\frac{64}{27}\right)^x = \left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{x}{2}} \times \left(\frac{4}{3}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^{-2x} \times \left(\frac{4^2}{3^2}\right)^x = \left(\frac{4^2}{3^2}\right)^{\frac{x}{2}} \times \left(\frac{4}{3}\right)^x \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} \times \left(\frac{4}{3}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^x \times \left(\frac{4}{3}\right)^x$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x+9} = \left(\frac{4}{3}\right)^{x+6} \Rightarrow 2x+9 = x+6 \Rightarrow x = -3$$

$$* \begin{cases} \frac{m}{a^n} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} \\ \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \end{cases}$$

(اکبری) پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۲ - ریشه nام و توان گویا (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} a \geq 0 & \text{ریشه } n\text{ام } a = \sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a} \text{ زوج } n \\ & \text{ریشه } n\text{ام } a = \sqrt[n]{a} \text{ فرد } n \\ a < 0 & \text{ریشه ندارد. زوج } n \\ & \text{ریشه } n\text{ام } a = \sqrt[n]{a} \text{ فرد } n \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = -\sqrt[4]{1296} = -\sqrt[4]{6^4} = -6 \Rightarrow A - B = -6 + 3 = -3$$

$$B = \sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$$

(اکبری) پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۲ - ریشه nام و توان گویا (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» - گزینه «۴» نادرست است:

$$\sqrt[5]{8^6} = 8^{\frac{6}{5}} \neq 8^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{8^{\frac{5}{6}}}$$

$$\sqrt[12]{8^{-10}} = 8^{-\frac{10}{12}} = 8^{-\frac{5}{6}} \checkmark$$

$$\sqrt[6]{\left(\frac{1}{8}\right)^5} = \sqrt[6]{8^{-5}} = 8^{-\frac{5}{6}} \checkmark$$

$$(\sqrt[2]{8})^{-5} = (8^{\frac{1}{2}})^{-5} = 8^{-\frac{5}{2}} \checkmark$$

$$* \begin{cases} a^n = \sqrt[n]{a} \\ a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \\ a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} \end{cases}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

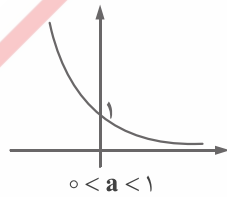
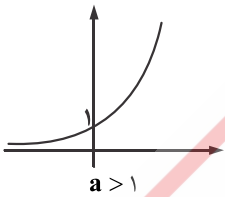
گزینه «۱»:

گزینه «۲»:

گزینه «۳»:

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۲ - ریشه nام و توان گویا) (آسان)

۱۸- گزینه «۲» - در تابع نمایی  $y = a^x$  اگر  $0 < a < 1$  باشد، با افزایش  $x$  مقدار  $y$  کم می‌شود و برای  $x$ های کوچک‌تر از صفر با کاهش مقدار  $x$ ، مقدار  $y$  به سرعت افزایش پیدا می‌کند. اگر  $a > 1$  باشد، با افزایش  $x$ ،  $y$ ها نیز زیاد می‌شود.



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$y = 3^x \quad a > 1 \times$$

$$y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x} = \left(\frac{5}{1}\right)^x \quad 0 < a < 1 \checkmark$$

$$y = \left(\frac{1}{6}\right)^{-x} = (6)^x \quad a > 1 \times$$

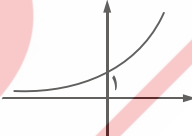
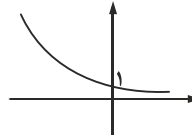
$$y = (\sqrt{5})^x \quad a > 1 \times$$

گزینه «۲»:

گزینه «۳»:

گزینه «۴»:

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۳ - تابع نمایی) (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» - در تابع نمایی  $y = a^x$  اگر  $a > 1$  باشد، نمودار به شکل  و اگر  $0 < a < 1$  باشد، نمودار به شکل  خواهد بود.

خواهد بود. چون  $\frac{5}{\sqrt{6}} > 1$  می‌باشد، در نتیجه نمودار مشابه گزینه «۲» خواهد بود.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۳ - تابع نمایی) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» - معادله کلی رشد نمایی به صورت  $f(t) = c(1+r)^t$  می‌باشد که در آن  $f(t)$  بیانگر مقدار نهایی،  $c$  بیانگر مقدار اولیه،  $r$  بیانگر میزان رشد (تغییرات برحسب اعشار) و  $t$  بیانگر زمان است:

$$\begin{cases} c = 10 \text{ میلیون نفر} \\ r = \frac{15/3}{100} = \frac{153}{1000} \Rightarrow f(t) = 10 \cdot \left(1 + \frac{153}{1000}\right)^t = 10 \cdot (1/32) \approx 13 \\ t = 2 \end{cases}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۳ - تابع نمایی) (متوسط)

روسی