

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۱» - طبق روی سؤال داریم:

$$S_{\square} = \frac{1}{4} S_{\Delta} + 15 \Rightarrow 16 = \frac{1}{4} \left(\frac{4x}{2} \right) + 15 \Rightarrow 16 = \frac{x}{2} + 15 \Rightarrow \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 2$$

$$20 = \frac{(4+6) \times 4}{2} = \text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده} \Rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{20}{2} = 10$$

(سراسری - ۱۴۰۱ با تغییر) (پایه دهم - فصل اول - درس ۱ - معادله و مسائل توصیفی) (متوسط)
۲- گزینه «۲» -

وزن نقره = ۴
وزن مس

اگر وزن مس را x فرض کنیم، آن گاه وزن نقره، $4x$ و وزن گلدان قبل از ذوب شدن برابر با $4x + x = 5x$ است. اکنون اگر بعد از ذوب شدن 66 گرم مس به آن اضافه کنیم، وزن گلدان جدید $5x + 66$ است.

$$\frac{\text{وزن نقره}}{\text{وزن مس}} = \frac{60}{100} \Rightarrow \frac{4x}{5x + 66} = \frac{60}{100} \Rightarrow 400x = 60(5x + 66) \Rightarrow 400x = 300x + 3960 \Rightarrow 100x = 3960 \Rightarrow x = 39.6$$

از آنجا که وزن گلدان قبل از ذوب شدن $5x$ است، بنابراین وزن گلدان قبل از ذوب شدن برابر با 198 است:

$$5x = 5(39.6) = 198$$

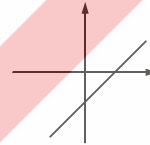
(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس ۲ - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (دشوار)
۳- گزینه «۴» -

$$\sqrt{3x^2 - 4} = 2\sqrt{2} \Rightarrow 3x^2 - 4 = 8 \Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع) (آسان)
۴- گزینه «۱» - چون n عددی منفی و مخالف صفر است، بنابراین $n > 0$ می‌باشد، در نتیجه شیب خط عددی مثبت است، از طرف دیگر داریم:

$$n < 0 \Rightarrow n - 2 < -2 \Rightarrow n - 2 < -2$$

در نتیجه عرض از مبدأ خط عددی منفی است، بنابراین نمودار شبیه نمودار زیر خواهد بود:



(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۲ - نمودار تابع خطی) (دشوار)
۵- گزینه «۳» -

$$b = 8 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{-8}{2a} = -2 \Rightarrow 8 = 4a \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \text{معادله محور تقارن یک سهمی به}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ معادله}$$

چون سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض 5 قطع می‌کند، پس $c = 5$.

$$y = 2x^2 - bx - c \Rightarrow y = 2x^2 - 8x - 5$$

$x = -2$ را در معادله بالا قرار می‌دهیم تا عرض رأس سهمی به دست آید:

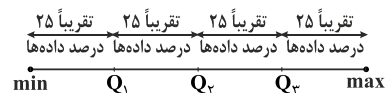
$$y = 2(-2)^2 - 8(-2) - 5 = 8 + 16 - 5 = 19$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۰ با تغییر) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - در گزینه‌های «۲» و «۳» و «۴»، مقیاس اندازه‌گیری، نسبتی است. در گزینه «۱»، مقیاس اندازه‌گیری ترتیبی است.

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۱ - گردآوری داده‌ها) (آسان)

۷- گزینه «۱» - در یک سری از داده‌ها، میانه همان چارک دوم است و با Q_2 نمایش داده می‌شود. اگر میانه نیمه اول داده‌ها را حساب کنیم، چارک اول (Q_1) و اگر میانه نیمه دوم داده‌ها را حساب کنیم، چارک سوم (Q_3) به دست می‌آید.



ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

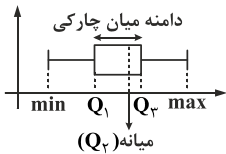
$$17, 25, 27, 22, 36, 40, 42, 46, 55 \Rightarrow IQR = 44 - 26 = 18$$

$$Q_1 = \frac{25 + 27}{2} = 26 \quad Q_3 = \frac{42 + 46}{2} = 44$$

با توجه به توضیحات بالا، گزینه «۱» نادرست است، چون تقریباً ۲۵ درصد از داده‌ها بعد از ۴۴ و قبل از ۲۶ قرار دارند.

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۲ - معیارهای پراکندگی) (متوسط)

۸- گزینه «۴» - در یک نمودار جعبه‌ای داریم:



$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$R = \max - \min \Rightarrow \min = 2, \max = 11 \Rightarrow R = 11 - 2 = 9$$

$$Q_1 = 5, Q_3 = 8 \Rightarrow IQR = 8 - 5 = 3 \Rightarrow R - IQR = 9 - 3 = 6$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس ۱ - نمودارهای یک متغیره) (متوسط)

۹- گزینه «۴» -

$$\sim r \wedge (p \vee \sim r) \equiv \sim r \wedge (\sim r \vee p) \equiv \sim r \equiv T \Rightarrow r \equiv F$$

$$\sim (r \vee \sim p) \wedge q \equiv \sim (F \vee F) \wedge q \equiv \sim (F \vee T) \wedge q \equiv F \wedge q \equiv F$$

$$\text{قانون جذب} \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p, p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - چون f یک تابع ثابت است، بنابراین برد تابع فقط شامل یک عضو باید باشد:

$$n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow (n - 4)(n + 1) = 0 \Rightarrow n = 4$$

$$n = 4 \checkmark$$

چون جزء اعداد طبیعی نیست، $n = -1 \times$

از طرفی طبق صورت سؤال تابع f دارای دامنه یک عضوی است، بنابراین داریم:

$$-m = -1 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow m - n = 1 - 4 = -3$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۱ - تابع ثابت) (متوسط)

$$11- \text{گزینه «۴» - طبق تعریف تابع قدرمطلق} \quad f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

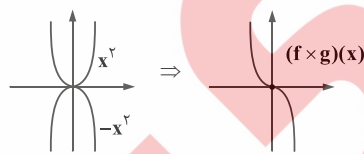
$$|\sqrt{5} - 2| + |2\sqrt{5} - 5| + |\sqrt{5} + 1| = (\sqrt{5} - 2) - (2\sqrt{5} - 5) + (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} + 5 + \sqrt{5} + 1 = 4$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۲ - تابع قدرمطلق) (متوسط)
۱۲- گزینه «۲» -

$$f(x) = -x^2, g(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

نمودار تابع $y = x^2$ و $y = -x^2$ به صورت زیر است:

$$(f \times g)(x) = \begin{cases} -x^2 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases}$$



(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» - یکی از شاخص‌هایی که مشخص می‌کند یک کتاب به زبان انگلیسی مخصوص چه پایه‌ای می‌باشد شاخص پایه آموزش است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\left[\frac{x}{4} \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار}) \right] = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{12}{4} \times (12/8 + 12) \right] = 12$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌یابی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» - ابتدا شاخص بهای کالا و خدمات را در سال موردنظر و سال پایه محاسبه می‌کنیم:
شاخص بهای کالاها و خدمات:

قیمت کالای ۳ × تعداد + قیمت کالای ۲ × تعداد + قیمت کالای ۱ × تعداد
شاخص بهای کالاها و خدمات در سال موردنظر:

$$= 2,000 \times 50 + 9,000 \times 80 + 6,000 \times 40 = 1,060,000$$

شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه:

$$= 1,500 \times 50 + 7,000 \times 80 + 3,000 \times 40 = 755,000$$

۱۰۰ × شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه / شاخص بهای کالاها و خدمات در سال موردنظر = درصد تورم
شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه

$$\text{درصد تورم} = \frac{1,060,000 - 755,000}{755,000} \times 100 = 40 / 39$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۸ با تغییر) پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌های آماری - تورم) (دشوار)

۱۵- گزینه «۲» - چون کلمات بدون تکرار حروف است، داریم:

$$n(s) = 5! = 120$$

ابتدا	انتهای	
۱	۱	⇒ تعداد = ۱ × ۳ × ۲ × ۱ × ۱ = ۶
۳	۲	
۲	۱	
۱	۱	
↑	↑	
B	D	

ابتدا	انتهای	
۱	۱	⇒ تعداد = ۱ × ۳ × ۲ × ۱ × ۱ = ۶
۳	۲	
۲	۱	
۱	۱	
↑	↑	
D	B	

$$\Rightarrow n(A) = 6 + 6 = 12 \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

(اکبری) پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» - بیان مسئله جزء گام اول از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل است.
در این گام با توجه به اهداف، بودجه، زمان و دیگر شرایط موجود، جامعه آماری را محدود و هدف مطالعه را مشخص می‌کنیم.

تنظیم پرسش‌نامه و مشخص کردن هدف مطالعه جزء گام دوم (طرح و برنامه‌ریزی) می‌باشد. (اکبری) پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۳ - چرخه آمار در حل مسائل (آسان)

۱۷- گزینه «۳» - عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکان آن صفر یا ۵ باشد:
۱۲۰, ۱۱۵, ۱۱۰, ...

دنباله یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک ۵- می‌باشد:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] = \frac{15}{2} [2(120) + 14(-5)] \Rightarrow S_n = 1275$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۸ با تغییر) پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی (متوسط)

۱۸- گزینه «۱» -

$$\text{از } a_{n+1} = \frac{1}{\delta} a_n \Rightarrow r = \frac{1}{\delta}$$

$$a_1 = \frac{\delta}{4}, S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow S_4 = \frac{\frac{\delta}{4}(1-(\frac{1}{\delta})^4)}{1-\frac{1}{\delta}} = \frac{\delta}{4} \times \frac{624}{\delta} = \frac{624}{4} = 156$$

(اکبری) پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - دنباله هندسی (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» -

$$-3(4^2) \times (-4^5) \times 16^{-3} = -4^5 \times 16^{-3} \Rightarrow \sqrt[5]{4^{25}} \times (-\sqrt[5]{16^{-6}}) = -4^5 \times 16^{-3}$$

دوم 16^{-6} و $\sqrt[5]{4^{25}}$ ریشه پنجم 4^{25}

$$= -4^5 \times 4^{-6} = -4^{-1} = -\frac{1}{4}$$

(اکبری) پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۲ - ریشه nام و توان گویا (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» - اگر با گذشت زمان، مقدار یک ماده یا هر چیز دیگری کاهش یابد، با مسئله زوال مواجه‌ایم، اگر تابع موردنظر نمایی باشد، زوال نمایی به صورت زیر است:

$$f(t) = c(1-r)^t$$

جمعیت تقریباً ۱۹ میلیون نفر خواهد

بود. \Rightarrow

$$f(2) = 30 \times 10^6 (1 - \frac{2}{100})^2 = 30 \times 10^6 (1 - \frac{2}{100})^2 = 0.64 \times 30 \times 10^6 \Rightarrow$$

$$f(2) = 19,200,000$$

(اکبری) پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۳ - تابع نمایی (متوسط)