

ریاضیات ۳

۱- کدام تابع زیر در $x = 2$ پیوسته است، اما مشتق پذیر نیست؟

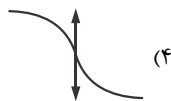
$$m(x) = (x-2)^2 [x] \quad (۴)$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & x \geq 2 \\ 4x & x < 2 \end{cases} \quad (۳)$$

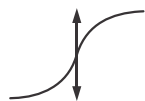
$$g(x) = \sqrt[3]{x-2} \quad (۲)$$

$$f(x) = |(x-2)^2| \quad (۱)$$

۲- تابع $y = \sqrt[3]{x^2 - 4x}$ در همسایگی $x = 2$ چگونه است؟



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۳- اگر $f(x) = (x^2 - 4x) \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{8}}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$ کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۲

۴- اگر $f(x) = \frac{1}{8}x^2 - \sqrt{2}x + 1$ باشد، اختلاف آهنگ متوسط در بازه $[2, 2+m]$ و آهنگ لحظه‌ای در نقطه $x = 1+m$ چقدر است؟

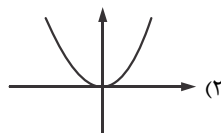
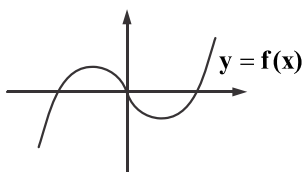
(۴) $1+m$

(۳) $1-m$

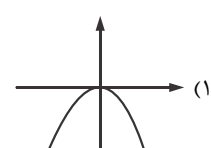
(۲) m

(۱) صفر

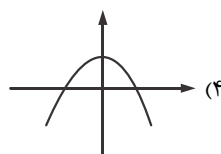
۵- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار $f'(x)$ کدام می‌تواند باشد؟



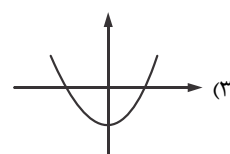
(۲)



(۱)

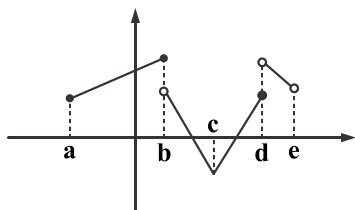


(۴)



(۳)

۶- نمودار تابع $f(x)$ در بازه $[a, e]$ چند اکسترمم نسبی دارد؟



(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) سه

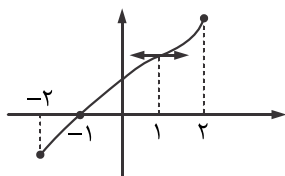
۷- در تابع مقابل، چند نقطه وجود دارد که بحرانی است اما اکسترمم نسبی نیست؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



۸- بیشترین مقدار تابع $f(x) = \begin{cases} 4 \sin x & 0 \leq x \leq \pi \\ \sqrt{x-\pi} & \pi < x < 16+\pi \end{cases}$ چقدر است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۱۲

(۲) ۱۶

(۱) ۴

۹- کدام تابع زیر نقطه بحرانی ندارد؟

$$m(x) = \sqrt[3]{x} \quad (۴)$$

$$h(x) = x^\Delta + x \quad (۳)$$

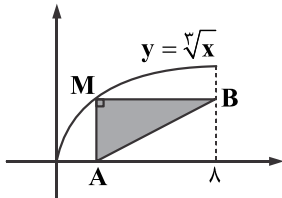
$$g(x) = x^4 + 27x \quad (۲)$$

$$f(x) = \sqrt{1-x} \quad (۱)$$

۱۰- می‌خواهیم مخزنی به شکل مکعب مستطیل در باز بسازیم که حجم آن $9m^3$ بوده و طول کف مخزن دو برابر عرض آن باشد. قیمت مصالح موردنیاز جهت کف این مخزن برای هر متر مربع ۲۰۰ هزار تومان و این قیمت برای دیواره‌ها در هر متر مربع ۱۰۰ هزار تومان است. عرض کف مخزن چقدر باشد تا هزینه مصالح مصرف شده کمترین مقدار ممکن باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۱۱- نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در فاصله $[0, 8]$ را در نظر بگیرید. نقطه M روی این تابع قرار دارد. اگر از M بر محور x ‌ها و خط $x = 8$ عمود کنیم طبق شکل مثلث قائم‌الزاویه‌ای ساخته می‌شود. بیشترین مساحت مثلث چقدر است؟

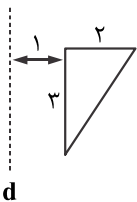


- (۱) $\sqrt[3]{14}$
 (۲) $\sqrt[3]{10}$
 (۳) $\sqrt[3]{54}$
 (۴) $\sqrt[3]{12}$

۱۲- مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۲ است. بیشترین مقدار حاصل ضرب مربع یکی از آن اعداد در دیگری چقدر است؟

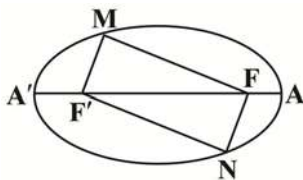
- (۱) ۱۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۵۱۲ (۴) ۲۵۶

۱۳- اگر مثلث قائم‌الزاویه مقابل را که یک ضلع آن با d موازی است را حول خط d دوران دهیم حجم شکل حاصل چقدر می‌شود؟



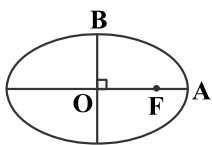
- (۱) 8π
 (۲) 10π
 (۳) 12π
 (۴) 14π

۱۴- در بیضی شکل مقابل $AA' = 3$ است. اگر F و F' کانون‌های بیضی باشند، محیط چهارضلعی $MFNF'$ چقدر است؟



- (۱) ۳
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) ۸

۱۵- در بیضی مقابل F کانون است. اگر $OF = OB$ باشد، خروج از مرکز بیضی چند برابر نسبت قطر کوچک به بزرگ بیضی است؟



- (۱) $\sqrt{2}$
 (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۳) ۱
 (۴) ۲

۱۶- در یک بیضی رابطه $\frac{2c+a}{a-c} = \frac{4}{3}$ برقرار است، قطر بزرگ چند برابر قطر کوچک است؟

- (۱) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ (۲) $\frac{13}{\sqrt{42}}$ (۳) $\frac{5\sqrt{6}}{6}$ (۴) $\frac{13}{2\sqrt{42}}$

۱۷- اگر $F(1, 2)$ و $F'(1, -6)$ کانون‌های بیضی و فاصله کانون از رأس دورتر ۹ است. مختصات یکی از رأس‌های بیضی کدام است؟

- (۱) $(1, -3)$ (۲) $(1, 7)$ (۳) $(2, -2)$ (۴) $(4, -2)$

۱۸- مجموعه نقاط $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 > 0$ نشان‌گر چیست؟

- (۱) نقاط خارج دایره به مرکز $(2, -3)$ و شعاع ۲۵ است.
 (۲) نقاط خارج دایره به مرکز $(2, -3)$ و شعاع ۵ است.
 (۳) نقاط داخل دایره به مرکز $(2, -3)$ و شعاع ۵ است.
 (۴) نقاط داخل دایره به مرکز $(2, -3)$ و شعاع ۲۵ است.

۱۹- اگر خط $y = 1 - 2x$ بر دایره $x^2 + y^2 + 2x - 2y = m$ مماس باشد، شعاع دایره کدام است؟

- (۱) $\sqrt{0/6}$ (۲) $\sqrt{0/7}$ (۳) $\sqrt{0/8}$ (۴) $\sqrt{0/9}$

۲۰- دایره $x^2 + (y-1)^2 = 16$ و نقاط $A(2, -1)$ ، $B(0, 2)$ و $C(4, -1)$ مفروض است. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) A و B و C داخل دایره قرار دارند.
 (۲) A و B خارج و C داخل دایره قرار دارد.
 (۳) A و B و C هر سه خارج دایره قرار دارند.
 (۴) A و B داخل و C خارج دایره قرار دارد.

۲۱- وضع نسبی دو دایره $\begin{cases} x^2 + y^2 - 8x + 16y - 1 = 0 \\ (x-2)^2 + y^2 = 16 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) متقاطع (۲) مماس درون (۳) متخارج (۴) مماس بیرون

۲۲- اگر احتمال انتقال بیماری کرونا در بزرگسالان به مردان $1/8$ و به زنان $1/6$ باشد، فردی با یک بیمار بزرگسال کرونایی ملاقات می‌کند، احتمال مبتلا نشدن فرد به بیماری کرونا چقدر است؟

- (۱) $1/7$ (۲) $1/6$ (۳) $1/4$ (۴) $1/3$

۲۳- ۴ ظرف یکسان داریم. در ظرف اول تعدادی مهره قرمز، در ظرف دوم تعدادی مهره آبی، در ظرف سوم نیمی از مهره‌ها قرمز و نیم دیگر آن‌ها آبی است و در ظرف چهارم تعداد مهره‌های قرمز سه برابر تعداد مهره‌های آبی است. ظرفی را به تصادف انتخاب و از درون آن مهره‌ای خارج می‌کنیم با چه احتمالی مهره انتخابی قرمز است؟

- (۱) $9/16$ (۲) $9/14$ (۳) $3/8$ (۴) $5/8$

۲۴- در یک جامعه نسبت تعداد زنان به مردان ۴ به ۳ است. اگر ۴۰ درصد زنان و ۶۰ درصد مردان باسواد باشند، با چه احتمالی فرد انتخابی از جامعه زن یا باسواد است؟

- (۱) $28/49$ (۲) $29/35$ (۳) $27/35$ (۴) $27/49$

۲۵- تاسی را پرتاب می‌کنیم اگر عدد کمتر از ۳ ظاهر شد، از کیسه A که در آن ۳ مهره قرمز و ۳ مهره آبی قرار دارد مهره‌ای انتخاب و در غیراین صورت از کیسه B که در آن ۴ مهره قرمز و دو مهره آبی قرار دارد مهره‌ای انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی مهره انتخابی آبی است؟

- (۱) $9/16$ (۲) $5/16$ (۳) $5/18$ (۴) $7/18$