

ریاضی

۱- نمودار تابع $f(x) = x^2 + 4x + 1$ را ابتدا یک واحد در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم، سپس طول نقاط تابع به دست آمده را نصف می‌کنیم، آن را $g(x)$ می‌نامیم. فاصله نقاط برخورد تابع $g(x)$ با خط $y = -2$ چقدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲- اگر باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x - 5$ و $x + 5$ به ترتیب -5 و 5 باشد، باقی مانده تقسیم $(f \circ f)(x) = x(f \circ f)(x)$ بر $x^2 - 25$ کدام است؟

- ۲۵ (۱) -25 (۲) $5x$ (۳) $-5x$ (۴)

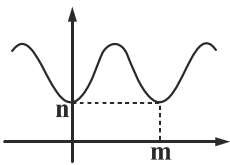
۳- در صورتی که $f(x) = x^2 + 6$ باشد، معادله $(f \circ f)(x) = (f \circ f)(2x)$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- صفر (۱) یک (۲) دو (۳) چهار (۴)

۴- اگر تابع $f(x) = \frac{14-m}{m+2} \log_5^x$ اکیداً صعودی باشد، چند مقدار طبیعی برای m یافت می‌شود؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۵- اگر نمودار تابع $f(x) = 2n + m \cos\left(\frac{\pi n x}{2}\right)$ به صورت شکل زیر باشد، مقدار $m + 2n$ چقدر است؟



- ۶ (۱)

- ۸ (۲)

- ۴ (۳)

- ۷ (۴)

۶- نمودار تابع $|y = x^3 - 3x^2 + 3x|$ خط $y = x + 1$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{[-2x] + \sqrt{1-x}}{\sin 2x}$ کدام است؟

- $-\infty$ (۱) صفر (۲) $+\infty$ (۳) -1 (۴)

۸- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x^2 - 12}{x^2 + ax^2 - 3} = b \neq 0$ باشد، مقدار $4a + 7b$ کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

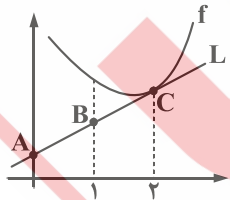
۹- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{ax^2 - 3x}{(a+1)x^2 - 3x + b}$ به صورت $\mathbb{R} - \{2\}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ کدام است؟

- $-\frac{1}{3}$ (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

۱۰- یکی از جواب‌های معادله $\cos 3x + \sin x = 0$ کدام است؟

- $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$ (۴)

۱۱- در شکل زیر، تابع $f(x)$ بر خط L در نقطه‌ای به طول ۲ مماس است، اگر $f(2) - 2 = f'(2) = 1$ باشد، مقدار $\frac{|BC|}{|AB|}$ چقدر است؟



- ۱ (۱)

- ۲ (۲)

- ۳ (۳)

- ۴ (۴)

۱۲- اگر $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ باشد، مقدار $f(x)g(x)f'(x)g'(x)$ کدام است؟

- $\frac{2}{9}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴)

۱۳- خط $y = 3x - 4$ به طول ۲ بر تابع مشتق‌پذیر $f(x)$ مماس است. اگر $g'(-1) = g(-1) = 7$ باشد، مقدار مشتق تابع

$h(x) = \frac{f(x+3)}{g(x)+3}$ در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر $h(x)$ کدام است؟

- $0/15$ (۱) $-0/15$ (۲) $-0/16$ (۳) $0/16$ (۴)

۱۴- آهنگ لحظه‌ای تابع $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ در نقطه‌ای به طول ۸ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{24}$ (۲) $\frac{17}{12}$ (۳) $\frac{15}{12}$ (۴) $\frac{17}{48}$

۱۵- اگر دو تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{4}$ و $g(x) = x^3 - 1$ در نقطه‌ای به طول ۱ بر هم مماس باشند، $f(2)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

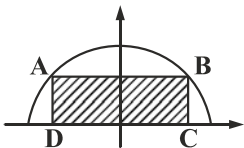
۱۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a[-x] - |x| & x \leq 2 \\ \sqrt{x+2} & x > 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد، مقدار $(2)f'_+(2)f'_-(2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۷- اگر تابع $f(x) = ax^3 + x^2 + x + 16$ فقط یک نقطه بحرانی داشته باشد، a کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۸- دو نقطه A و B روی نیم‌دایره $y = \sqrt{1-x^2}$ با عرض یکسان در حال حرکت است. اگر مستطیل $ABCD$ را حول محور x ‌ها دوران دهیم، ماکزیمم حجم استوانه حاصل چقدر است؟

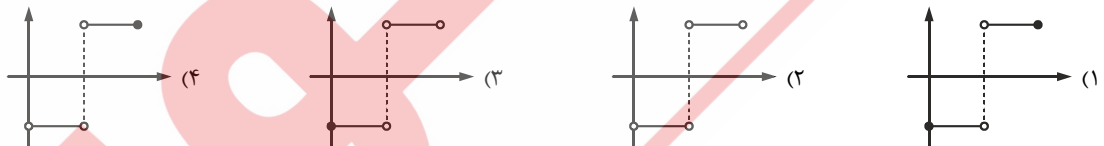


- (۱) $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}$
(۲) $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$
(۳) $\frac{3\pi}{\sqrt{3}}$
(۴) $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$

۱۹- تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-a} + x + b$ در نقطه $A(3, -1)$ بحرانی دارد. $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۲۰- اگر $f(x) = |x-1| + [x]$ ، $D_f = [0, 2]$ باشد، نمودار f' کدام است؟



۲۱- فاصله اکسترم‌های نسبی تابع $y = 2x^3 - 3x^2 - k$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{5}$

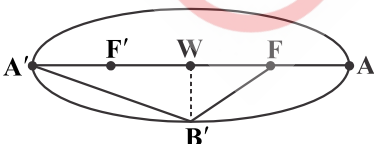
۲۲- معادله یکی از قطرهای دایره‌ای $y = x - 1$ است، اگر نقاط $A(3, 2)$ و $B(0, 4)$ روی دایره باشند، کدام خط زیر می‌تواند قطر دیگر دایره باشد؟

- (۱) $x + y = 10$ (۲) $x + y = 12$ (۳) $x + y = -8$ (۴) $x + y = 8$

۲۳- دو دایره $\begin{cases} x^2 + y^2 + mx - 6y + 12 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x + ny + 4 = 0 \end{cases}$ هم‌مرکزند، مساحت دایره‌ای که بر هر دو دایره مماس است، کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) π (۴) 2π

۲۴- اگر در بیضی شکل مقابل مساحت مثلث $A'FB'$ برابر $\frac{9}{4}$ قطر کوچک بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی چقدر است؟ F' و F کانون، A' و A رئوس کانونی و W مرکز بیضی است.



- (۱) $\frac{39}{41}$
(۲) $\frac{40}{41}$
(۳) $\frac{39}{40}$
(۴) $\frac{37}{40}$

۲۵- درون جعبه A، ۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و درون جعبه B، ۸ مهره قرمز وجود دارد، اگر احتمال انتخاب جعبه A سه برابر احتمال انتخاب جعبه B باشد و با چشمان بسته جعبه‌ای را انتخاب و از درون آن دو مهره همزمان انتخاب کنیم، با چه احتمالی دو مهره هم‌رنگ است؟

$$\frac{3}{7} \text{ (۴)}$$

$$\frac{4}{7} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{7} \text{ (۲)}$$

$$\frac{6}{7} \text{ (۱)}$$

درون