

حسابان

۱-گزینه «۱» -

$$a_n = -11 + (n-1) \times 9 = a_{n=20} = -11 + 19 \times 9 = 170$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{216}{9} = 24 \Rightarrow n = 25$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل اول - دنباله حسابی) (آسان)

۲-گزینه «۱» -

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + (\sqrt{ab})^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(a-b)^2}{4} + ab = 1 \Rightarrow \frac{(a+b)^2}{4} = 1 \Rightarrow |a+b| = 2$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۳-گزینه «۲» -

$$x = \sqrt[3]{3 \times 3^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}}} = (3^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{3}} \times (2^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{4}{9}} \times 2^{\frac{2}{9}} = 3^{\frac{4}{9}} \times 2^{\frac{2}{9}}$$

$$(3 - \sqrt[3]{x^{27}})^{-4} = (3 - 2)^{-4} = 1$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - توان‌های گویا) (متوسط)

۴-گزینه «۴» -

$$x - \left| \frac{x-2}{x} \right| \geq 0 \Rightarrow \left| \frac{x-2}{x} \right| \leq x \Rightarrow \left( \frac{x-2}{x} - x \right) \left( \frac{x-2}{x} + x \right) \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-2-x^2)(x-2+x^2)}{x^2} \leq 0 \xrightarrow{x \neq 0} (x^2 - x + 2)(x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$\xrightarrow{x^2 - x + 2 > 0} x^2 + x - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [1, +\infty) \xrightarrow{x > 0} x \in [1, +\infty)$$

با توجه به دامنه داده شده  $a = -1$  است.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل دوم - تابع رادیکالی) (متوسط)

۵-گزینه «۳» -

$$(f + 2g)(x) = x - 4 \Rightarrow f(x) + 2g(x) = x - 4 \Rightarrow 2g(x) = -4 \Rightarrow g(x) = -2$$

$$(f - 2g)(1) = f(1) - 2g(1) = 1 - 2(-2) = 5$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل دوم - اعمال جبری روی تابع) (آسان)

۶-گزینه «۱» -

$$2\alpha + 2\beta + \beta = 6 - m \Rightarrow 2(\alpha + \beta) + \beta = 6 - m$$

$$\Rightarrow \beta = -m \Rightarrow m^2 + 3m + m = 0 \xrightarrow{m < 0} m = -4$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - S و P) (آسان)

۷-گزینه «۴» - تابع  $f$  روی بازه  $[3, +\infty)$  اکیداً صعودی است،

$$x \geq 3 \Rightarrow f(x) = 2x - 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}, \quad x \geq 3$$

$$\Rightarrow a = 1, \quad b = 3, \quad c = 3 \Rightarrow \frac{ab}{c} = 1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل دوم - وارون) (متوسط)

۸-گزینه «۲» - نقطه برخورد تابع  $g(x)$  با محور  $y$  ها  $M(0, \log_3 2)$  است. تابع  $f$  از دو

نقطه  $M$  و  $N(2, 1)$  عبور می‌کند.

$$f(2) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0$$

$$g(0) = f(0) = \log_3 2 \Rightarrow b = \log_3 2$$

$$a = -\frac{b}{2} = -\frac{1}{2} \log_3 2 = \log_3 \frac{1}{2} \Rightarrow d = 9$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل سوم - تابع لگاریتمی) (متوسط)

۹-گزینه «۳» -

$$\cos(\alpha + \theta) = 0 \Rightarrow \cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta = 0$$

$$(\cos \alpha) / \left(\frac{1}{4}\right) = (\sin \alpha) \sqrt{1 - \frac{4}{25}} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم -  $\cos(\alpha + \beta)$ ) (متوسط)

۱۰-گزینه «۳» -

$$p(x) = (x^2 - 27)q(x) + x^2 + x - 1$$

$$p(3) = 9 + 3 - 1 = 11$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تقسیم) (آسان)

۱۱-گزینه «۳» -

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-\Delta(x-2)(x+2)}{a(x-2)(x+3)} = 2 \Rightarrow \frac{-\Delta \times 4}{a \times 5} = 2 \Rightarrow a = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + (ax+1)^2}{x^2 + 6} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(1+a^2)x^2}{x^2} = 1 + a^2 = 1 + 4 = 5$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - حد در بی‌نهایت) (متوسط)

۱۲-گزینه «۲» - نقاط ناپیوستگی این تابع  $\left\{\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \dots, \frac{y}{4}\right\}$  است. بنابراین چهارمین نقطه

عدد ۱ است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - پیوستگی برکتها) (متوسط)

۱۳-گزینه «۱» -

$$\tan^2 x = 9 \Rightarrow \tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \pm\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ \tan x = -\sqrt{3} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - معادله مثلثاتی) (متوسط)

۱۴-گزینه «۴» -

$$f'(x) = 2x - \frac{\pi}{4} (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4} x) \Rightarrow f'(\frac{1}{4}) = 1 - \pi < 0$$

$$f''(x) = 2 - \frac{\pi}{4} \times \pi \tan^2 \frac{\pi}{4} x (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4} x) \Rightarrow f''(\frac{1}{4}) = 2 - \frac{\pi^2}{4} (1+1) = 2 - \pi^2 < 0$$

تابع  $f$  در همسایگی  $\frac{1}{4}$  نزولی و مقعر به پایین است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - آزمون مشتق دوم) (متوسط)

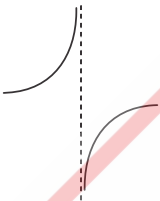
۱۵-گزینه «۳» - با توجه به اطلاعات مسئله معادله  $-x^2 + ax - 2 = 0$  فاقد ریشه

است ( $\Delta < 0$ ). در این صورت عبارت  $-x^2 + ax - 2$  همواره منفی خواهد بود.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{3}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

بنابراین  $f$  در همسایگی  $x = 1$  به صورت زیر است.



(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - مجانب قائم) (آسان)

۱۶-گزینه «۴» - در همسایگی راست  $x = 4$  داریم:

$$f(x) = \frac{\frac{1}{x}}{1 + \tan \frac{\pi}{x}} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{\pi} (1 + \tan \frac{\pi}{x}) + \frac{\pi}{x^2} (1 + \tan \frac{\pi}{x}) \frac{1}{x}}{(1 + \tan \frac{\pi}{x})^2}$$

$$f'(4) = \frac{\frac{2}{4} + \frac{1}{4}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{3}{4\pi}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق راست) (متوسط)

۱۷-گزینه «۳» -

$$y = (x^2 - 1)\sqrt[3]{x} \Rightarrow y' = 2x\sqrt[3]{x} + \frac{x^2 - 1}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{10x^2 - 1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$y'$  در  $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$  تغییر علامت می‌دهد. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - اکسترمم) (آسان)