

### حسابان

۱- از نقطه  $A(-2, 0)$  بر تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  خط مماسی رسم کرده‌ایم، طول نقطه برخورد این خط با خط  $y = \sqrt{8}$  چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۲- اگر  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  باشد، مقدار  $f'(x)g(x) - f(x)g'(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{9}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{5}{9}$

۳- خط  $y = 3x - 4$  در نقطه‌ای به طول ۲ بر تابع مشتق‌پذیر  $f(x)$  مماس است. اگر  $g'(-1) = g(-1) = 7$  باشد، مقدار مشتق تابع

$$h(x) = \frac{f(x+3)}{g(x)+3}$$

در نقطه‌ای به طول ۱- واقع بر  $h(x)$  کدام است؟

- (۱)  $0.15$  (۲)  $-0.15$  (۳)  $-0.16$  (۴)  $0.16$

۴- اگر تابع  $f$  مشتق‌پذیر از مرتبه اول و دوم باشد و داشته باشیم  $f'(x) = x^2 f(x) + 6$  مقدار  $f''(-\sqrt{2})$  چقدر است؟

- (۱)  $3\sqrt{4}$  (۲)  $6\sqrt{2}$  (۳)  $6\sqrt{4}$  (۴)  $3\sqrt{2}$

۵- آهنگ لحظه‌ای تابع  $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$  در نقطه‌ای به طول ۸ کدام است؟

- (۱)  $\frac{17}{24}$  (۲)  $\frac{17}{12}$  (۳)  $\frac{15}{12}$  (۴)  $\frac{17}{48}$

۶- مشتق تابع  $y = \frac{1 - \tan(\frac{\pi}{4} - x)}{1 + \tan(\frac{\pi}{4} - x)}$  در نقطه‌ای به طول  $\frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۷- اگر دو تابع  $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{4}$  و  $g(x) = x^3 - 1$  در نقطه‌ای به طول ۱ بر هم مماس باشند،  $f(2)$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۸- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} a[-x] - |x| & x \leq 2 \\ \sqrt{x+2} & x > 2 \end{cases}$  در  $x = 2$  پیوسته باشد، مقدار  $f'_+(2)f'_-(2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۹- در صورتی که  $f(x) = \frac{x^2 + bx + a}{2x + [-x]}$  در  $x = 2$  مشتق‌پذیر باشد،  $a + b^2$  کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۱۰- یکنوایی تابع  $y = \frac{2}{3}x^3 + (x^2 - 2)\sin x + 2x \cos x$  چگونه است؟

(۱) صعودی اکید (۲) نزولی اکید

(۳) ابتدا صعودی اکید، سپس نزولی اکید (۴) ابتدا نزولی اکید، سپس صعودی اکید

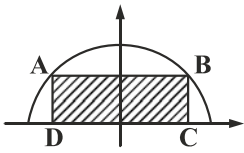
۱۱- اگر تابع  $f(x) = ax^3 + x^2 + x + 16$  فقط یک نقطه بحرانی داشته باشد،  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) ۱ (۴) -۱

۱۲- مقدار ماکزیمم مطلق تابع  $f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x}$  در بازه  $[-1, 8]$  چقدر از مقدار مینیمم نسبی آن در این بازه بیش‌تر است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

۱۳- دو نقطه A و B روی نیم‌دایره  $y = \sqrt{1-x^2}$  با عرض یکسان در حال حرکت است. اگر مستطیل ABCD را حول محور xها دوران دهیم،



ماکزیم حجم استوانه حاصل چقدر است؟

(۱)  $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}$

(۲)  $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

(۳)  $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$

(۴)  $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$

۱۴- تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x-a} + x + b$  در نقطه  $A(3, -1)$  بحرانی دارد. کدام است  $a + b$ ؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) -۲

۱۵- در مورد تابع  $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$  کدام صحیح است؟

(۱) یک نقطه عطف دارد.

(۲) تقعر تابع در  $x = 2$  عوض می‌شود.

(۳) فاقد نقطه بحرانی است.

(۴) روی بازه  $(1, +\infty)$  صعودی اکید است.

۱۶- اگر تابع  $f(x) = x^3 - 3x^2 + k - 1$  محور xها را فقط در یک نقطه با طول منفی قطع کند، آن‌گاه حدود  $k$  کدام است؟

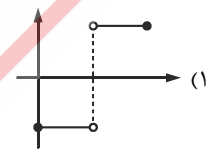
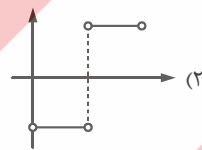
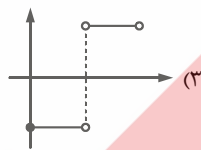
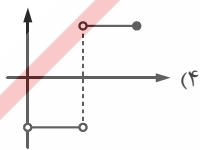
(۴)  $k \leq 5$

(۳)  $k > 5$

(۲)  $k \geq 5$

(۱)  $k < 5$

۱۷- اگر  $f(x) = |x-1| + |x|$ ،  $D_f = [0, 2]$  باشد، نمودار  $f'$  کدام است؟



۱۸- نقطه عطف کدام تابع، نقطه بحرانی نیست؟

(۴)  $x^3 + x$

(۳)  $x + \sqrt[3]{x-2}$

(۲)  $x^3 - 3x^2 + 3x$

(۱)  $(x-1)|x-1|$

۱۹- فاصله اکسترم‌های نسبی تابع  $y = 2x^3 - 3x^2 - k$  کدام است؟

(۴)  $\sqrt{5}$

(۳) ۱

(۲)  $\sqrt{3}$

(۱)  $\sqrt{2}$

۲۰- کوتاه‌ترین فاصله نقاط سهمی  $y = x^2 + 4$  از نیمساز ربع اول چقدر است؟

(۴)  $\frac{15}{7}\sqrt{2}$

(۳)  $\frac{15}{2}\sqrt{2}$

(۲)  $\frac{15}{8}\sqrt{2}$

(۱)  $\frac{15}{4}\sqrt{2}$