

ریاضیات گسسته

۱-گزینه «۴» -

$$A \cap B' = A - B = \{2, \{1\}, \{2\}, 3\}$$

بنابراین $A \cap B'$ دارای ۴ عضو است و هر مجموعه ۴ عضوی به ۱۵ طریق افزایش می‌شود.
(فرهمندیور) (بایه یازدهم - فصل اول - درس دوم - افزایش مجموعه - صفحه ۲۱) (ساده)

۲-گزینه «۱» -

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B')} = \frac{0/8}{0/1} \Rightarrow \frac{P(A)P(B)}{P(A)P(B')} = 8 \Rightarrow P(B) = 8P(B')$$

$$P(B) + P(B') = 1 \Rightarrow 9P(B') = 1 \Rightarrow P(B') = \frac{1}{9}$$

$$P(A \cap B') = 0/1 \Rightarrow P(A) \times P(B') = 0/1 \Rightarrow P(A) \times \frac{1}{9} = \frac{1}{10} \Rightarrow P(A) = \frac{9}{10}$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = \frac{9}{10} + \frac{1}{9} - \frac{1}{90} = \frac{82}{90} = \frac{41}{45}$$

(کتاب درسی یا تغییر) (بایه یازدهم - فصل دوم - درس چهارم - پیشامد مستقل - صفحه ۷۲) (متوسط)

۳-گزینه «۲» -

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

چون می‌دانیم مجموع ۳ تاس عدد زوج شده است معنای نمونه‌ای به $108 = \frac{216}{2}$ کاهش می‌یابد. چون حداقل یکی از تاس‌ها عدد ۵ آمده است. برای اینکه مجموع ۳ تاس زوج شود دو تاس دیگر یکی فرد و دیگری زوج است.

$$n(A) = \binom{2}{1} \binom{3}{1} \times 3! + \binom{3}{1} \times \frac{3!}{2!} = 2 \times 3 \times 6 + 3 \times 3 = 36 + 9 = 45$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{45}{216} = \frac{5}{24}$$

(فرهمندیور) (بایه یازدهم - فصل دوم - احتمال شرطی - کاهش فضای نمونه‌ای - صفحه ۵۳) (دشوار)

۴-گزینه «۳» - داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$22, 27, 29, 32, 36, 40, 44, 46, 47, 49$$

میانده داده‌ها برابر $38 = \frac{36+40}{2}$ و چارک اول ۲۹ و چارک سوم ۴۶ است و اعداد داخل جعبه عبارتند از ۳۲, ۳۶, ۴۰, ۴۴.

$$\bar{x} = \frac{32 + 36 + 40 + 44}{4} = 38$$

$$\sigma^2 = \frac{(38-32)^2 + (38-36)^2 + (38-40)^2 + (38-44)^2}{4}$$

$$= \frac{36 + 4 + 4 + 36}{4} = \frac{80}{4} = 20$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{20}}{38} = \frac{\sqrt{5}}{19}$$

(فرهمندیور) (بایه یازدهم - فصل سوم - درس سوم - ضریب تغییرات و نمودار جعبه‌ای - صفحات ۹۸ و ۹۶) (متوسط)

۵-گزینه «۱» -

$$\left. \begin{array}{l} \alpha | 11n + 3 \Rightarrow \alpha | -55n - 15 \\ \alpha | 5n + 4 \Rightarrow \alpha | 55n + 44 \end{array} \right\} \rightarrow \alpha | 29 \rightarrow \alpha \in \mathbb{N} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \alpha = 29 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} 29 | 11n + 3 \\ 29 | 5n + 4 \Rightarrow 29 | -10n - 8 \end{array} \right\} \Rightarrow 29 | n - 5 \Rightarrow n - 5 = 29k \Rightarrow n = 29k + 5$$

اگر $k=1$ باشد $n=34$ کمترین مقدار n است.

$$3 + 4 = 7$$

(فرهمندیور) (بایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - عاگردن - صفحه ۱۱۲) (دشوار)

۶-گزینه «۴» -

$$a'b' = \frac{c}{a} \Rightarrow a'b' = 24 \quad \begin{array}{c|cccc} a' & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline b' & 24 & 12 & 8 & 6 \end{array}$$

چون $(a', b') = 1$ و هیچ کدام از دو عدد با کوچکترین مضرب مشترک آنها برابر نیست پس $b' = 8$ و $a' = 3$

$$a + b = 99 \Rightarrow a'd + b'd = 99 \Rightarrow 11d = 99 \Rightarrow d = 9$$

$$b - a = (b' - a')d = (8 - 3) \times 9 = 45$$

(فرهمندیور) (بایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - ب.م.م و ک.م.م - صفحه ۱۳) (دشوار)

۷-گزینه «۱» - اگر $m=6$ باشد، آنگاه $36 | m!$ ، حالا باقی‌مانده تقسیم $6!$ بر عدد ۱۱ را بدست می‌آوریم.

$$6! \equiv 11 \Rightarrow 6! \equiv 11 \Rightarrow 6! \equiv 11 \Rightarrow 6! \equiv 11 \Rightarrow 6! \equiv 11$$

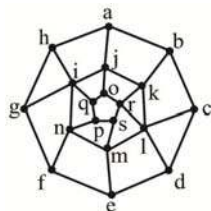
(فرهمندیور) (بایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - هم‌نهستی - صفحه ۲۱) (دشوار)

۸-گزینه «۲» - چون مرتبه گراف فرد است بنابراین حتماً k باید زوج باشد و چون گراف تهی و کامل نیست پس $k \neq 0$ و $k \neq 8$ است و می‌دانیم $k < p$ است.

$$k \in \{2, 4, 6\}$$

(فرهمندیور) (بایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - گراف منتظم - صفحه ۳۵) (ساده)

۹-گزینه «۳» - در این گراف $n=19$ و $\Delta=5$ است.



$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{19}{6} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq 4$$

مجموعه احاطه‌گر مینیمم = $\{i, s, o, a, e\}$

$$\gamma(G) = 6$$

(فرهمندیور) (بایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - عدد احاطه‌گر - صفحه ۴۹) (دشوار)

۱۰-گزینه «۳» - تعداد جواب‌های طبیعی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ از

$$\text{دستور } \binom{n-1}{k-1} \text{ به دست می‌آید.}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

$$\text{جواب} = \binom{n-1}{k-1} = \binom{5}{3} = 10$$

$$x_5 + x_6 + x_7 = 8$$

$$\text{جواب} = \binom{n-1}{k-1} = \binom{7}{2} = 21$$

تعداد جواب‌های نهایی $10 \times 21 = 210$ است.

(فرهمندیور) (بایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - توزیع n شی یکسان - صفحه ۶۱) (متوسط)

۱۱-گزینه «۴» - مربع لاتین مطابق شکل پر می‌شود.

۵	۳	۱	۴	۲
۴	۱	۲	۳	۵
۳	۵	۴	۲	۱
۱	۲	۳	۵	۴
۲	۴	۵	۱	۳

پس $b=3$ و $a=4$ است.

$$a + b = 4 + 3 = 7$$

(فرهمندیور) (بایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - مربع لاتین - صفحه ۶۲) (متوسط)