

ریاضی

۱- گزینه ۴، -

بزرگترین درجه جمله هر چندجمله‌ای درجه آن جمله نسبت به آن متغیر است.

$$A(A+B+CD) = \underbrace{A^2}_{\text{درجه ۸}} + \underbrace{AB}_{\text{درجه ۴+۲}} + \underbrace{ACD}_{\text{درجه ۴+۲+۱}}$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل پنجم - عبارتهای جبری - درجه چندجمله‌ای - صفحه ۷۹ کتاب درسی) (آسان)

۲- گزینه ۴، -

$$\begin{aligned} \frac{4-x}{5} - 2 &\leq -\frac{y}{3}x \xrightarrow{\times 15} 3(4-x) - 20 \leq -10x \\ \Rightarrow 12 - 3x - 20 &\leq -10x \\ -2x + 10x &\leq 18 \Rightarrow 8x \leq 18 \Rightarrow x \leq \frac{18}{8} \\ x &\leq 2/2 \dots \end{aligned}$$

{ ۲, ۱ } اعداد طبیعی هستند که در مجموعه جواب نامعادله بالا قرار دارد.

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل پنجم - عبارتهای جبری - نابرابری و نامعادله - صفحه ۹۰ کتاب درسی) (آسان)

۳- گزینه ۴، - نقطه $\left[\begin{matrix} 1 \\ 5 \end{matrix} \right]$ را در خط جایگذاری می‌کنیم.

$$\Delta = a(1) + b \Rightarrow a + b = \Delta$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله‌های خطی - معادله خط - صفحه ۹۶ کتاب درسی) (آسان)

۴- گزینه ۴، - ابتدا باید همه خطها را به حالت استاندارد بنویسیم آنگاه هر کدام که ضریب x آنها با هم برابر باشند با هم موازی هستند.

الف) $y = \frac{1}{3}x + 1$

ب) $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$

پ) $y = \frac{-1}{3}x - 5$

ت) $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$

با توجه به استانداردسازی خطوط چون ضریب x در «الف»، «ب» و «ت» با هم برابر است پس موازی هستند گزینه «ب» و «ت» دو خط بر هم منطبق هستند که با هم موازی نیز می‌باشد.

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله خط - شیب خط و عرض از مبدأ - صفحه ۱۰۲ کتاب درسی) (آسان)

۵- گزینه ۴، - $\frac{\sqrt{x^2}}{25} = \frac{|x|}{25}$ و $\frac{|x|+|y|}{x}$ گویا نیستند.

بقیه عبارات گویا است.

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل هفتم - عبارتهای گویا - معرفی ساده کردن عبارت گویا - صفحه ۱۱۴ کتاب درسی) (آسان)

۶- گزینه ۱، -

الف) نادرست است زیرا $(-2)^2 < (-2)^2$ اما $-2 < -2$

ب) نادرست است زیرا $2^2 > 2^2$ اما $2 > 2$

پ) نادرست است زیرا $(-2)^2 < (-2)^2$ اما $(-2)^2 < (-2)^2$

ت) $|a| > |b|$ همواره درست است.

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل پنجم - عبارتهای جبری - نابرابری و نامعادله - صفحه ۹۲ کتاب درسی) (آسان)

۷- گزینه ۴، - ابتدا خط را ترسیم می‌کنیم.

$$y=0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{3}x + 1 \Rightarrow x=3 \xrightarrow{\text{نقطه اول}} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x=0 \Rightarrow y=1 \xrightarrow{\text{نقطه دوم}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

با فیثاغورس طول AB در مثلث قائم الزاویه را می‌یابیم.

$$AB^2 = 1^2 + 2^2 \Rightarrow AB = \sqrt{5} \xrightarrow{\text{محیط مثلث}}$$

$$1 + 2 + \sqrt{5} = 3 + \sqrt{5}$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله خط - صفحه ۹۶ کتاب درسی) (متوسط)

۸- گزینه ۴، ابتدا دو خط را استاندارد سازی می‌کنیم و y ها یا x ها را با هم مساوی قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \\ x = -\frac{1}{5}y - \frac{1}{2} \Rightarrow y = -5x - \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} = -5x - \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{11}{3}x = -\frac{17}{2} \Rightarrow x = -\frac{17}{33}$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}\left(-\frac{17}{33}\right) + \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$y = -\frac{17}{99} + \frac{1}{3} = \frac{-17 + 33}{99} = \frac{5}{33}$$

$$\text{مجموع طول و عرض مختصات محل برخورد دو خط} = \frac{-17}{33} + \frac{5}{33} = \frac{-12}{33} = -\frac{4}{11}$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله‌های خطی - دستگاه معادله‌های خطی - صفحه ۸۰ کتاب درسی) (متوسط)

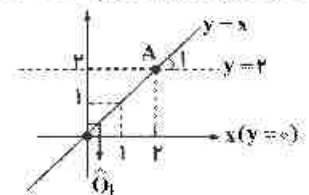
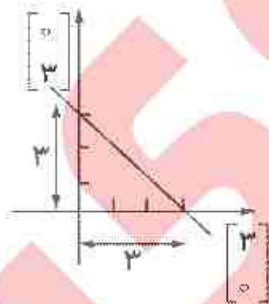
۹- گزینه ۴، این خط از ربع اول، دوم و سوم مختصات عبور می‌کند و هرگز از ربع چهارم عبور نمی‌کند پس از نقاط ربع چهارم قطعاً عبور نمی‌کند.



(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله‌های خطی - شیب خط و عرض از مبدأ - صفحه ۱۰۲ کتاب درسی) (متوسط)

۱۰- گزینه ۲، خط $y = x$ نیمساز ربع اول و سوم است، از این رو زاویه‌ای که با جهت مثبت محور x ها می‌سازد (زاویه حاده) $\hat{O}_1 = 45^\circ$ است. اگر نقطه برخورد خط $y = x$ ، $y = 2$ را A_1 بنامیم، با توجه به اینکه خط $y = 2$ موازی محور x ها ($y = 0$) است و خط $y = x$ را خط مورب در نظر بگیریم، بنابراین

خطوط موازی مورب داریم: $\hat{A}_1 = \hat{O}_1 = 45^\circ$



(سنانه شاکری) (فصل ششم - خط و معادله‌های خطی - معادله خط - صفحه ۹۶ کتاب درسی) (متوسط)

۱۱- گزینه ۴،

$$9^x \times 27^y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \Rightarrow (3^2)^x \times (3^3)^y = 3^2 \Rightarrow$$

$$3^{2x} \times 3^{3y} = 3^2 \Rightarrow 2x + 3y = 2 \quad |1|$$

$$16^x + 8^y = 4^z \Rightarrow 2^{4x} + 2^{3y} = 2^z \Rightarrow$$

$$2^{4x-2y} = 2^z \Rightarrow 4x - 2y = z \quad [2]$$

$$[1], [2] \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ 4x - 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

$$2x + 2y = 2 \Rightarrow y = 0$$

$$\sqrt[3]{x^2 + y^2} = \sqrt[3]{1^2 + 0^2} = \sqrt[3]{1} = 1$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله‌های خطی - دستگاه معادله‌های خطی - صفحه ۱۱۰ کتاب درسی) (متوسط)

۱۲ - گزینه ۲، -

$$\frac{7x^2 + 1}{4x^2 - 24x + 20} \Rightarrow 4x^2 - 24x + 20 = 0 \Rightarrow$$

$$4(x^2 - 6x + 5) = 0 \Rightarrow 4(x-1)(x-5) = 0$$

$$x = +1 \quad x = +5$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل هفتم - عبارت‌های گویا - معرفی و ساده کردن عبارت‌های گویا - صفحه ۱۱۵ کتاب درسی) (متوسط)

۱۳ - گزینه ۴، - اگر خطی موازی محور y ها باشد یعنی x های ثابتی دارد یعنی $a = 1 \Rightarrow 2 = 2a$ و چون نقطه B از خط $y + x = 0$ می‌گذرد یعنی در

آن صدق می‌کند

$$2a + 2b + 2 = 0 \xrightarrow{a=1} 2b = -4 \Rightarrow b = -\frac{4}{2} \quad \text{پس}$$

$$\Rightarrow a + b = 1 - \frac{4}{2} = -\frac{2}{2}$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله‌های خطی - شیب خط و عرض از مبدأ - صفحه ۹۶ و ۱۰۲ کتاب درسی) (متوسط)

۱۴ - گزینه ۲، - نقطه A را در معادله هر دو خط قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} b(0) + 2a = 5a \Rightarrow 2a = b \quad (1) \\ 2a(0) + 2 = 4b \Rightarrow a - 2b = -1 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1), (2) \rightarrow a - 2(2a) = -1 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{5} \\ b &= \frac{2}{5} \end{aligned} \Rightarrow a - b = \frac{1}{5} - \frac{2}{5} = -\frac{1}{5}$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله‌های خطی - دستگاه معادله‌های خطی - صفحه ۸۰ - ۸ کتاب درسی) (متوسط)

۱۵ - گزینه ۱، -

$$\frac{1}{a^2} - \frac{2}{a} + 1 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه (مربع کامل) دو جمله ای}} \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a^{\frac{1}{a}} + \frac{1}{a^{\frac{1}{a}}} = 1^{\frac{1}{1}} + \frac{1}{1^{\frac{1}{1}}} = 1 + 1 = 2$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل پنجم - عبارت‌های جبری - عبارت‌های جبری و مفهوم اتحاد - صفحه ۸۰ کتاب درسی) (متوسط)

۱۶ - گزینه ۴، -

$$12xy - z^2 + 2\delta + x^2y^2 - 2xy = x^2y^2 + 1 - xy + 2\delta - z^2 =$$

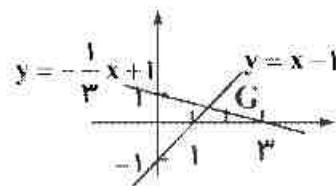
$$(xy + \delta)^2 - z^2 = (xy + \delta - z)(xy + \delta + z)$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل پنجم - عبارت‌های جبری - چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها - صفحه ۸۶ کتاب درسی) (متوسط)

۱۷ - گزینه ۱، - ابتدا دو خط را رسم می‌کنیم: $y = -\frac{1}{3}x + 1, y = x - 1$

$$y = x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \text{ نقطه اول} \\ y = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ نقطه دوم} \end{cases}$$

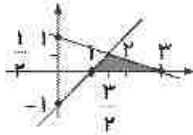
$$y = -\frac{1}{3}x + 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ نقطه اول} \\ y = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ نقطه دوم} \end{cases}$$



→ y ها را مساوی قرار می دهیم نقطه G محل تقاطع دو خط

$$x-1 = -\frac{1}{3}x+1 \Rightarrow \frac{4}{3}x=2$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2} \quad y=x-1 \rightarrow y = \frac{3}{2}-1 = \frac{1}{2}$$



ارتفاع مثلث هاشور برابر است با y نقطه G

$$h = \frac{1}{3} \text{ مساحت مثلث هاشور} \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{3}$$

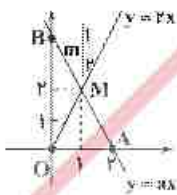
(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله های خطی - صفحه ۹۸ کتاب درسی) (دشوار)

۱۸ - گزینه ۱۰ - راه حل اول:

نقطه A و B نسبت به نقطه m قرینه هستند پس:

$$\frac{2+x_B}{2} = 1 \Rightarrow 2+x_B=2 \Rightarrow x_B=0$$

$$\frac{0+y_A}{2} = 2 \Rightarrow y_A=2 \times 2 = 4$$



راه حل دوم: با داشتن نقاط A و m معادله خط را به دست می آوریم سپس مختصات نقطه B را به دست می آوریم.

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله های خطی - معادله خط - صفحه ۹۶ کتاب درسی) (دشوار)

۱۹ - گزینه ۱۰ - شیب خط عبور از دو نقطه $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$ برابر است با

$$m = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1}$$

$$m = \frac{b-2-2-b}{a+1-a+2} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

شیب خط عمود بر خطی با شیب m برابر است با معکوس و قرینه m یعنی $-\frac{1}{m}$ پس:

پس شیب خط عمود بر آن $\frac{2}{3}$ می باشد.

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله های خطی - شیب خط و عرض از مبدأ - صفحه ۱۰۲ کتاب درسی) (دشوار)

۲۰ - گزینه ۱۰ - دو خط عمود بر هم هستند اگر شیب آنها قرینه و معکوس یکدیگر باشد.

ابتدا دو خط را استاندارد سازی می کنیم:

$$3y = 2ax+1 \Rightarrow y = \frac{2a}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$y = -x+2 \Rightarrow y = -x+2$$

$$-1 = -\frac{2}{3a} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

(ابراهیم ابراهیمی) (فصل ششم - خط و معادله های خطی - شیب خط و عرض از مبدأ - صفحه ۱۰۲ کتاب درسی) (دشوار)