

ریاضی و آمار ۱

۹- گزینه «۲» - عدد مفروض را x در نظر می‌گیریم:
از سه برابر عدد ($3x$) چهار واحد کم شده است.

$$(3x - 4)$$

سپس به حاصل، نصف همان عدد اضافه گردیده است.

$$(3x - 4 + \frac{1}{2}x)$$

حاصل به‌دست آمده برابر ۱۰ شده است:

$$3x - 4 + \frac{1}{2}x = 10 \xrightarrow{\times 2} 6x - 8 + x = 20$$

$$7x = 20 + 8 \Rightarrow 7x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{7} \Rightarrow x = 4$$

(یگانه) (فصل اول - درس اول - معادله درجه ۱ - معادله درجه ۲، معادله و مسائل توصیفی) (آسان)

۱۰- گزینه «۳» -

$$2x^2 - 4x = 3 \xrightarrow{+2} x^2 - 2x = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left(-\frac{2}{1}\right)^2 = (-1)^2 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1 \Rightarrow (x-1)^2 = \frac{5}{2}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2 = \frac{5}{2} \\ (x+a)^2 = b \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = \frac{5}{2}$$

$$a + b = -1 + \frac{5}{2} = \frac{-2+5}{2} = \frac{3}{2}$$

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه ۲ - معادله درجه ۲، حل معادله درجه ۲ و کاربردها) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» -

$$2(x^2 - \frac{1}{2}x) = 10 \Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0$$

$$a = 2, b = -1, c = -10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(2)(-10) = 1 + 80 = 81$$

$$\begin{aligned} \text{جواب بزرگتر } x_1 &= \frac{1+9}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \\ x_1, x_2 &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{81}}{2(2)} = \frac{1 \pm 9}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{1+9}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ x_2 &= \frac{1-9}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{aligned}$$

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - حل معادله درجه ۲ - معادله درجه ۲، حل معادله درجه ۲ و کاربردها) (آسان)

۱۲- گزینه «۲» -

$$3(2x - 5)^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(2x - 5)^2 = 12 \xrightarrow{+12} (2x - 5)^2 = \frac{12}{3} = 4$$

$$(2x - 5)^2 = 4 \xrightarrow{\text{ریشه یابی}} 2x - 5 = \pm \sqrt{4} \Rightarrow 2x - 5 = \pm 2$$

$$\Rightarrow 2x = 5 \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 5 + 2 \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \\ 2x = 5 - 2 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه ۲ - معادله درجه ۲، حل معادله درجه ۲ و کاربردها) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$9x^2 - 12x + 2k = 0 \Rightarrow a = 9, b = -12, c = 2k$$

می‌دانیم معادله درجه دوم وقتی دارای ریشه مضاعف است که $\Delta = 0$ باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4(9)(2k) = 144 - 72k = 0$$

$$-72k = -144 \Rightarrow k = \frac{-144}{-72} = 2$$

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه ۲ - معادله درجه ۲، حل معادله درجه ۲ و کاربردها) (متوسط)

۱۴- گزینه «۱» - جواب معادله در معادله صدق می‌کند:

$$\frac{x=1}{\text{صدق}} \Rightarrow \Delta(1)^2 - 3(1) + a = 0 \Rightarrow 1 - 3 + a = 0 \Rightarrow 2 + a = 0 \Rightarrow a = -2$$

$a = -2$ را در معادله جایگزین می‌کنیم:

$$\Delta x^2 - 3x - 2 = 0$$

حال برای یافتن ریشه دیگر می‌توان از روابط ریشه‌ها استفاده کرد. مثلاً از حاصل ضرب ریشه‌ها:

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} \xrightarrow{x_1=1} 1 \times x_2 = -\frac{2}{1} \Rightarrow x_2 = -\frac{2}{1} = -2$$

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - حل معادله درجه ۲ - معادله درجه ۲، حل معادله درجه ۲ و کاربردها) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -

$$2x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow a = 2, b = -4, c = -5$$

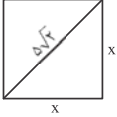
$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{2} = 2 \text{ و } \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-5}{2}$$

$$\frac{r\alpha + r\beta}{3} + \alpha\beta = \frac{r(\alpha + \beta)}{3} + \alpha\beta = \frac{r(2)}{3} + \alpha\beta = \frac{2r}{3} + \alpha\beta = \frac{2}{3} - \frac{5}{2} = \frac{4-15}{6} = -\frac{11}{6}$$

فاکتور از ۳

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - روابط ریشه‌ها - معادله درجه ۲، حل معادله درجه ۲ و کاربردها) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» -



$$\text{فیتاغورث: } (\Delta\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow 25 \times 2 = 2x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = 25 \xrightarrow{x>0} x = \sqrt{25} \Rightarrow x = 5$$

طول ضلع مربع برابر ۵ است پس:

$$\text{محیط} = 4(\Delta) = 20$$

$$20 + 25 = 45 = \text{مجموع محیط و مساحت} \Rightarrow$$

$$\text{مساحت} = (\Delta)^2 = 25$$

(یگانه) (فصل اول - درس اول - معادله درجه ۲ - معادله و مسائل توصیفی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» -

$$\text{ریشه‌ها } s = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$$

$$\text{ضرب ریشه‌ها } p = 4(-\frac{1}{4}) = -1$$

مقادیر مجموع (s) و حاصل ضرب (p) ریشه‌ها را در معادله $x^2 - Sx + P = 0$ جایگزین می‌کنیم:

$$x^2 - \frac{15}{4}x - 1 = 0 \xrightarrow{\times 4} 4x^2 - 15x - 4 = 0$$

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه ۲ - معادله درجه ۲، حل معادله درجه ۲ و کاربردها) (متوسط)

۱۸- گزینه «۱» - نقطه سر به سر، جایی است که سود برابر صفر گردد.

$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x - 10 = 0$$

معادله درجه دوم به دست آمده را حل می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4(-\frac{1}{2})(-10) = 36 - 20 = 16$$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2(-\frac{1}{2})} = \frac{-6 \pm 4}{-1}$$

$$x_1 = \frac{-6+4}{-1} = \frac{-2}{-1} = 2 \Rightarrow \text{نقطه سر به سر کوچک تر}$$

$$x_2 = \frac{-6-4}{-1} = \frac{-10}{-1} = 10 \Rightarrow \text{نقطه سر به سر بزرگتر}$$

اعداد ۲ و ۱۰ نقاط سر به سر هستند. که عدد «۲» در گزینه‌ها موجود است.

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه ۲ - معادله درجه ۲، حل معادله درجه ۲ و کاربردها) (دشوار)