

ریاضی ۱

۱- گزینه «۲» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $a \cdot h = 18 \Rightarrow S = \frac{a \cdot h}{2} = 9$ بی‌شمار عدد حقیقی وجود دارد که حاصل ضرب آن ۱۸ است.

گزینه «۲»: مجموعه مربع‌ها به ضلع $\sqrt{5}$ و یک رأس روی مبدأ تنها شامل ۴ مربع است.

گزینه «۳»: می‌دانیم از هر نقطه بی‌شمار خط می‌گذرد.

گزینه «۴»: معادله خط به فرم $y = -3x + b$ می‌باشد و $b \in \mathbb{R}$ است پس بی‌شمار خط با شیب -۳ وجود دارد.

(طلوعی) (فصل اول - درس اول - مجموعه‌های متناهی و نامتناهی) (آسان)

۲- گزینه «۲» -

الف) درست، زیرا $A \subseteq B \Rightarrow |A| \leq |B|$ چون B متناهی است، A هم متناهی خواهد بود.

ب) نادرست، $B = W$, $A = N$ این در حالی است که $B - A = \{0\}$ ، $B = W$ نامتناهی است.

پ) نادرست.

متناهی است. $A \cap B = \{0\}$ $A = \{\dots, -1, 0\}$
 $B = \{0, 1, \dots\}$

ت) نادرست.

$A - B = \{\dots, -2, -1\}$ $A = \mathbb{Z}$
 $B = \mathbb{W}$ $A - B$ نامتناهی است و دو مجموعه A و B نیز نامتناهی‌اند.

(طلوعی) (فصل اول - درس اول - مجموعه‌های متناهی و نامتناهی) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$Q_{\text{بیا}} - Q'_{\text{نگی}} = Q_{\text{بیا}}$$

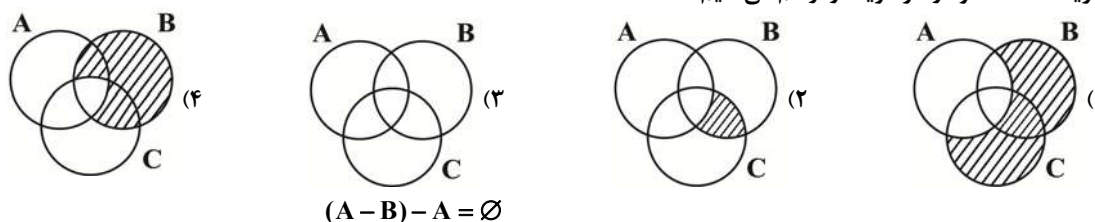
(طلوعی) (فصل اول - درس اول - مجموعه‌های متناهی و نامتناهی) (آسان)

۴- گزینه «۴» - مثال نقض:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$
 $B = \{3, 4\}$ $\Rightarrow A \cap B = \{3, 4\} = B \cap C$ اما $A \neq C$
 $C = \{1, 3, 4\}$

(طلوعی) (فصل اول - درس اول - مجموعه‌های متناهی و نامتناهی) (متوسط)

۵- گزینه «۲» - نمودار هر گزینه را رسم می‌کنیم:



(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - متمم مجموعه) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$A \cap B = B - A \Rightarrow A \cap B = B \cap A' \Rightarrow B = \emptyset$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - متمم مجموعه) (آسان)

۷- گزینه «۴» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$A = \{1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow A \cap B = \{1\} \text{ متناهی است.} \\ B = \{1\}$$

گزینه «۲»:

$$A = \mathbb{N} \\ B = \{0, 1, 2\} \Rightarrow B - A = \{0\} \text{ متناهی است.}$$

گزینه «۳»:

$$(B - A) - B = \emptyset \text{ متناهی است.}$$

گزینه «۴»: اجتماع دو مجموعه که حداقل یکی از آن‌ها نامتناهی باشد، نامتناهی است.

(طلوعی) (فصل اول - درس اول - مجموعه‌های متناهی و نامتناهی) (متوسط)

۸- گزینه «۱» -

$$(A - B)' \cap (A \cup B) \cap B' = [(A \cap B)'] \cap (A \cup B) \cap B' = \underbrace{(A' \cup B) \cap (A \cup B)}_{\underbrace{B \cup (A' \cap A)}_{\emptyset}} \cap B' = B \cap B' = \emptyset$$

متنم مجموعه \emptyset ، U می‌باشد. (طلوعی) (فصل اول - درس دوم - متنم مجموعه) (دشوار)

۹- گزینه «۴» - A و B مجموعه مجزا هستند پس:

$$|A - B| = |A| = 8, |A \cap B| = 0$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 23 \Rightarrow |B| = 23 - 8 = 15$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - ابتدا اعضای مجموعه‌های A و B را مشخص می‌کنیم.

$$A = \{3, 6, 9, \dots, 48\} \Rightarrow |A| = 16$$

$$B = \{4, 8, 12, \dots, 48\} \Rightarrow |B| = 12$$

بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱»}: A \cap B = \{12, 24, 36, 48\} \Rightarrow |A \cap B| = 4$$

$$\text{گزینه «۲»}: |B'| = |M| - |B| = 50 - 12 = 38$$

$$\text{گزینه «۳»}: |A - B| = |A| - |A \cap B| = 16 - 4 = 12$$

$$\text{گزینه «۴»}: |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 16 + 12 - 4 = 24$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه) (دشوار)

۱۱- گزینه «۴» - اعضای مجموعه‌های A_1, A_2, A_3, A_4 را مشخص می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = [-1, 3] \\ A_2 = [-2, 5] \\ A_3 = [-3, 7] \\ A_4 = [-4, 9] \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} (A_2 \cap A_4) = [-2, 5] \\ (A_1 \cup A_3) = [-3, 7] \end{cases} \Rightarrow (A_2 \cap A_4) - (A_3 \cup A_1) = [-2, 5] - [-3, 7] = \emptyset$$

(باتوجه به اینکه بازه $[-2, 5]$ زیرمجموعه بازه $[-3, 7]$ می‌باشد لذا $[-2, 5] - [-3, 7] = \emptyset$ (طلوعی) (فصل اول - درس دوم) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» - (طلوعی) (فصل اول - درس دوم) (آسان)

۱۳- گزینه «۳» -

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

$$C \subseteq B \begin{cases} B \cap C = C \\ C - B = \emptyset \end{cases}$$

پس:

$$[(B \cap C) - (A \cup B)]' = (C - B)' = \emptyset' = U$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - متنم مجموعه) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» - ابتدا اعضای مجموعه‌های A و B را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{3, 5, 7, 9, 15, 21, 27, 35, 45, 63\}$$

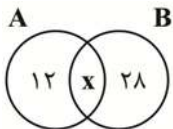
پس:

$$B - A = \{15, 21, 27, 35, 45, 63\} \Rightarrow |B - A| = 6$$

$$A - B = \{1\} \Rightarrow |A - B| = 1 \Rightarrow \frac{n(B - A)}{n(A - B)} = \frac{6}{1} = 6$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - متمم مجموعه) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -



$$|A \cup B| = 12 + x + 28 = 50$$

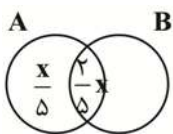
$$x = 10 \Rightarrow |A \cap B| = 10$$

اگر از مجموعه A، ۸ عضو کم شود، از اشتراک آن‌ها ۳ عضو کم شود از مجموعه A - B، ۵ عضو کسر می‌شود. یعنی $|A - B| = 12 - 5 = 7$ با

$$|A \cup B| = 7 + 7 + 23 = 37 \text{ پس } |B - A| = 28 - 5 = 23 \text{ استدلالت مشابه}$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه) (دشوار)

۱۶- گزینه «۳» - فرض می‌کنیم مجموعه مرجع X عضو داشته باشد: بنابراین:



$$|A| = \frac{x}{5} + \frac{2-x}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow |A'| = x - \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = 20$$

$$x = 50$$

$$|A| = \frac{2}{5}x = 20$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه) (دشوار)

۱۷- گزینه «۱» -

$$n(B) = n(U) - n(B') = 30 - 10 = 20 \Rightarrow n(B) = 2n(A) \Rightarrow n(A) = 10$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 14 = 20 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 6$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 6 = 4$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» - عضوهایی که فقط در مجموعه A قرار دارند اعضای مجموعه A - B و عضوهایی که فقط در مجموعه B قرار دارند اعضای

مجموعه B - A می‌باشند پس:

$$n[(A - B) \cup (B - A)] = n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) = 14 - 5 + 17 - 5 = 21$$

(توجه شود که دو مجموعه A - B و B - A مجزا هستند.) (طلوعی) (فصل اول - درس دوم - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه) (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» -

$$\text{اعضای المپیاد ریاضی} = A \Rightarrow |A| = 18$$

$$\text{اعضای المپیاد شیمی} = B \Rightarrow |B| = 16$$

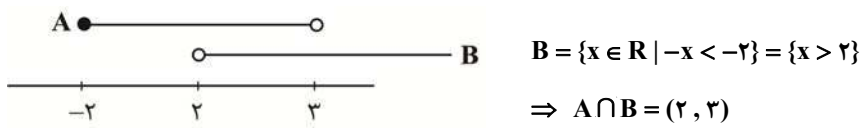
افرادی که در هیچ یک از المپیادها شرکت نکرده‌اند اعضای مجموعه $A' \cap B'$ هستند. لذا:

$$|A' \cap B'| = 10 \Rightarrow (A \cup B)' = 10 \Rightarrow A \cup B = 40 - 10 = 30$$

از طرفی $|A \cap B| = 30 - 16 - 18 = 4$ تعداد افرادی که در یک المپیاد شرکت کرده‌اند.

$$n[(A - B) \cup (B - A)] = n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) = 18 - 4 + 16 - 4 = 26$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - تعداد عنصرهای اجتماع دو مجموعه) (متوسط)



می‌دانیم بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد. (طلوعی) (فصل اول - درس دوم - متمم مجموعه) (متوسط)