

ریاضی ۱

۱- گزینه «۱» -

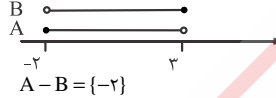
$$\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -2, -1, 0\}$$

$$W \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N}) = \{0\}$$

(کتاب درسی با تغییر) (فصل اول - درس اول - مجموعه اعداد) (آسان)

۲- گزینه «۲» -

$$-2 \leq -x + 1 < 3 \Rightarrow -3 \leq -x < 2 \Rightarrow -2 < x \leq 3 \Rightarrow B = (-2, 3]$$



(کتاب درسی با تغییر) (فصل اول - درس اول - مجموعه اعداد و بازهها) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$12 = \{1, 12, 3, 4, 2, 6\}$$

(کتاب درسی با تغییر) (فصل اول - درس اول - مجموعه متناهی و نامتناهی) (آسان)

۴- گزینه «۲» -

متناهی $\Rightarrow$ اشتراک یک متناهی و یک نامتناهی: $A \cap B$

نامتناهی $\Rightarrow$ اجتماع یک متناهی و یک نامتناهی: $(A \cap B) \cup A$

(سرآرایی با تغییر) (فصل اول - درس اول - مجموعه متناهی و نامتناهی) (متوسط)

۵- گزینه «۴» - رد گزینه «۲»:

اعداد فرد: A' $\Rightarrow$ اعداد زوج: A

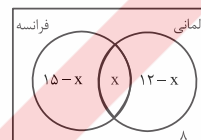
نامتناهی $\Rightarrow$ نامتناهی

رد گزینه‌های «۱» و «۳»:

$$A = \{3, 4, 5, \dots\} \Rightarrow A' = \{1, 2\}$$

(کتاب درسی با تغییر) (فصل اول - درس اول و دوم - مجموعه مرجع و مجموعه متناهی و نامتناهی) (دشوار)

۶- گزینه «۴» -



$$n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) = n(A \cup B)$$

$$(15 - x) + x + (12 - x) + \lambda = 30 \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

(کتاب درسی با تغییر) (فصل اول - درس دوم - تعداد اعضای مجموعه‌ها) (متوسط)

۷- گزینه «۱» -

$$n(A \cap B) = \frac{1}{3} n(A) \Rightarrow n(A) = 3n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = \frac{1}{4} n(B) \Rightarrow n(B) = 4n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow$$

$$4\lambda = 3n(A \cap B) + 4n(A \cap B) - n(A \cap B) \Rightarrow$$

$$6n(A \cap B) = 4\lambda \Rightarrow n(A \cap B) = \lambda$$

(قندریز) (فصل اول - درس دوم - تعداد اعضای مجموعه‌ها) (دشوار)

۸- گزینه «۱» - با توجه به روابط، کار در کلاس صفحه ۹ کتاب درسی می‌دانیم:

$$(A \cup B)' = A' \cap B' = \{v, \lambda, 9\} \Rightarrow n(A \cup B)' = 3$$

$$(A' \cap C') = A' - C = A' - (A' \cap C) = \{\lambda, 9\} \Rightarrow n(A' \cap C') = 2$$

(کتاب درسی با تغییر) (فصل اول - درس دوم - تعداد اعضای مجموعه‌ها) (آسان)

۹- گزینه «۴» -

$$a_7 = b(2^7) + c(2) = 4b + 2c = \lambda$$

$$a_3 = b(2^3) + c(2) = 8b + 2c = 21$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2b + c = 4 \\ 8b + c = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b + c = 4 \\ 3b + c - 2b - c = 21 - 4 \end{cases}$$

$$2(2) + c = 4 \Rightarrow 6 + c = 4 \Rightarrow c = -2$$

$$\Rightarrow a_n = 3n^2 - 2n \Rightarrow a_n = 3(\lambda^2) - 2(\lambda) = 192 - 16 = 176$$

(قندریز) (فصل اول - درس سوم - الگو) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» - بدون در نظر گرفتن دایره‌های توپر، یک الگوی مربعی خواهیم داشت که از یک

مرحله جلوتر شروع شده است که الگوی آن $(n+1)^2$ است. با توجه به شکل داریم:

$$\begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array}$$

$$(1+1)^2 - 4 \times 0 \quad (2+1)^2 - 4 \times 1$$

$$\begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array}$$

$$(3+1)^2 - 4 \times 2 \quad (4+1)^2 - 4 \times 3$$

$$a_n = (n+1)^2 - 4(n-1) \Rightarrow a_1 = (1+1)^2 - 4(1-1) = 1 \times 1$$

(کتاب کار علوی) (فصل اول - درس سوم) (سخت)

۱۱- گزینه «۱» - با توجه به شکل داریم

$$a_1 \Rightarrow 3 \Rightarrow 3 \times 1$$

$$a_2 \Rightarrow 3 + 6 = 9 \Rightarrow 3 \times (2+1)$$

$$a_3 \Rightarrow 3 + 6 + 9 = 18 \Rightarrow 3 \times (1+2+3)$$

$$a_8 \Rightarrow 3(1+2+3+4+5+6+7+8) = 3 \times 36 = 108$$

(قندریز) (فصل اول - درس سوم - الگو) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» -

$$a_n = (-1)^{n+1} (3)^n \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow a_1 = (-1)^{1+1} (3)^1 = 3 \\ n=2 \Rightarrow a_2 = (-1)^{2+1} (3)^2 = -9 \\ n=3 \Rightarrow a_3 = (-1)^{3+1} (3)^3 = 27 \end{cases}$$

(قندریز) (فصل اول - درس اول - جمله عمومی دنباله) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$a_7 - a_{16} = (a_1 + 19d) - (a_1 + 15d) = 4d = 30 \Rightarrow d = 7.5$$

$$a_{10} + a_8 = (a_1 + 9d) + (a_1 + 7d) = 2a_1 + 16d = 130 \Rightarrow$$

$$2a_1 = 130 - 120 = 10 \Rightarrow a_1 = 5$$

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5 + 14(7.5) = \frac{120}{2} = 60$$

(سرآرایی با تغییر) (فصل اول - درس چهارم - دنباله حسابی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» -

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{\lambda 1}{256} (t_5 + t_6 + t_7 + t_8) \Rightarrow$$

$$t_1 + rt_1 + r^2 t_1 + r^3 t_1 = \frac{\lambda 1}{256} (r^4 t_1 + r^5 t_1 + r^6 t_1 + r^7 t_1) \Rightarrow$$

$$t_1(1 + r + r^2 + r^3) = \left(\frac{\lambda 1}{256}\right)(r^4 t_1)[1 + r + r^2 + r^3] \Rightarrow$$

$$r^4 = \frac{256}{\lambda 1} \Rightarrow r = \sqrt[4]{\frac{256}{\lambda 1}} = \pm \frac{4}{3} \Rightarrow |r| = \frac{4}{3}$$

(سرآرایی با تغییر) (فصل اول - درس چهارم - دنباله هندسی) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -

$$3t_2, 2t_4, t_5$$

سه جمله متوالی دنباله حسابی $\leftarrow (3t_2) = (2t_4) + (t_5)$

$$\Rightarrow 4t_1 r^2 = 3t_1 r^2 + t_1 r^4 \xrightarrow{\text{از } t_1 r^2 \text{ فاکتور می‌گیریم}} 4r^2 = 3r^2 + r^4 \Rightarrow r^2 - 4r + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (r-1)(r-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r=1 \text{ غ ق} \\ r=3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

(قندریز) (فصل اول - درس اول - جمله عمومی دنباله) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» - جملات t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 از دنباله حسابی، جملات دنباله هندسی هستند؛ بنابراین:

$$t_5^2 = t_2 \times t_8 \Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = (t_1 + d)(t_1 + 7d) \Rightarrow t_1^2 + 8t_1 d + 16d^2 =$$

$$t_1^2 + 12t_1 d + 7d^2 \Rightarrow 5d^2 - 4t_1 d = 0 \Rightarrow \begin{cases} d=0 \\ 5d = 4t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{5}{4}d \end{cases}$$

پس جملات دنباله حسابی طبق جمله عمومی برابرند با:

$$t_1 + d, t_1 + 4d, t_1 + 7d \xrightarrow{t_1 = \frac{5}{4}d} \frac{9}{4}d, \frac{21}{4}d, \frac{49}{4}d \Rightarrow r = \frac{\frac{21}{4}d}{\frac{9}{4}d} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

(کتاب کار علوی) (فصل اول - درس چهارم - دنباله حسابی و هندسی) (دشوار)

۱۷- گزینه «۴» -

$$\left. \begin{aligned} x &= \text{سرمایه اولیه} \\ y &= \text{پس از یک ماه} \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = x + 0.03x = 1.03x$$

پس سرمایه فرد هر ماه ۱/۰۳ برابر می‌شود و تشکیل یک دنباله هندسی را می‌دهد.

$$\Rightarrow a_n = 50 \times (1.03)^n$$

(کتاب درسی با تغییر) (فصل اول - درس چهارم - دنباله‌ها) (آسان)

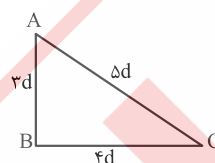
۱۸- گزینه «۳» - گزینه «۳» درست است.

(کتاب درسی با تغییر) (فصل اول - درس چهارم - دنباله حسابی و هندسی) (آسان)

۱۹- گزینه «۱» - اضلاع مثلث را $a-d$, a , $a+d$ در نظر می‌گیریم ($a+d$ بزرگ‌ترین ضلع وتر است)، بنابراین:

$$\begin{aligned} (a-d)^2 + a^2 &= (a+d)^2 \Rightarrow a^2 + d^2 - 2ad + a^2 = a^2 + d^2 + 2ad \Rightarrow \\ a^2 &= 4ad \Rightarrow a &= 4d \end{aligned}$$

بنابراین اضلاع به صورت $\frac{3d}{4}$, $\frac{4d}{4}$, $\frac{5d}{4}$ می‌باشد.



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{3d}{4} \times 4d = \frac{3}{2} d^2 \Rightarrow d^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow d = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

بنابراین اضلاع مثلث $\frac{3}{\sqrt{3}}$, 2 , $\frac{5}{\sqrt{3}}$ می‌باشد، بنابراین محیط آن ۶ می‌باشد.

$$\frac{3}{\sqrt{3}} + 2 + \frac{5}{\sqrt{3}} = 6$$

(کتاب کار علوی) (فصل اول - درس چهارم - دنباله هندسی) (دشوار)

۲۰- گزینه «۴» - در مستطیل (۱) داریم:

$$P = 2(a+b) = 2(4+1) = 10$$

در مستطیل (۲) برای آن‌که نسبت اضلاع حفظ شود، طول و عرض مستطیل جدید ۱ و $\frac{1}{4}$ است.

$$P = 2\left(1 + \frac{1}{4}\right) = 2\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{2}$$

در مستطیل (۳) نیز اضلاع $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{16}$ و محیط آن $\frac{1}{6}$ خواهد بود.

پس محیط این مستطیل تشکیل یک دنباله هندسی با قدر نسبت $\frac{1}{4}$ می‌دهد که جمله اول

آن نیز ۱۰ است.

$$\frac{P_6}{P_1} = \frac{P_1 r^5}{P_1} = r^5 = \left(\frac{1}{4}\right)^5 = (2^{-2})^5 = 2^{-10}$$

(قندریز) (فصل اول - درس چهارم - دنباله هندسی) (متوسط)