

ریاضی ۱

۱- گزینه «۴» -

گزینه «۱»:

$$B - A = [-2, 6] - [-4, 2] = (2, 6]$$

گزینه «۲»:

$$A - B = [-4, 2] - [-2, 6] = [-4, -2)$$

گزینه «۳»:

$$A \cap B = [-4, 2] \cap [-2, 6] = [-2, 2]$$

گزینه «۴»:

$$B - C = [-2, 6] - [-2, 1] = (1, 6]$$

$$[2, 5] \subseteq (1, 6]$$

(اصفهانی) (فصل اول - درس اول - بازه‌ها) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^1 \times 5^3 = 250 \\ 3^3 \times 5^1 = 450 \end{cases}, \begin{cases} x=0 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^0 \times 5^4 = 625 \\ 3^4 \times 5^0 = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^3 \times 5^1 = 40 \\ 3^1 \times 5^3 = 125 \end{cases}, \begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^4 \times 5^0 = 16 \\ 3^0 \times 5^4 = 625 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \{16, 40, 100, 250, 625\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع اعضا} = 16 + 40 + 100 + 250 + 625 = 1031$$

(کتاب همگام علوی) (فصل اول - درس اول - بازه‌ها) (متوسط)

۳- گزینه «۴» -

$$A_3 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{3-2}{3}\right) \Rightarrow A_3 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$A_6 = \left(-\frac{2}{6}, \frac{6-2}{6}\right) \Rightarrow A_6 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$A_3 \cup A_6 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) \Rightarrow (A_3 \cup A_6) - A_3 = \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

(کتاب همگام علوی) (فصل اول - درس اول - بازه‌ها) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} A \cap B = \text{یهان تم} \\ A \cup B = \text{یهان تمان} \end{cases} \Rightarrow B \text{ نامتناهی و } A \text{ متناهی}$$

$$C = (\text{نامتناهی}) - (\text{متناهی})$$

$$D = (C \cap B') - A = (\underbrace{\text{یهان تم} \cap \text{یهان تمان}}_{\text{یهان تم}}) - A$$

$$E = (C' \cap D)' = (\underbrace{\text{یهان تمان} \cap \text{یهان تم}}_{\text{یهان تم}})'$$

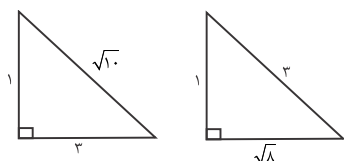
(اصفهانی) (فصل اول - درس اول - مجموعه‌های متناهی و نامتناهی، متمم مجموعه) (دشوار)

۵- گزینه «۳» - الف) مجموعه A برابر است با:

$$A = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

$$\Rightarrow A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ب)



در مورد مجموعه مثلث‌های قائم‌الزاویه، ضلع قائم می‌تواند برابر «۳» باشد یا وتر می‌تواند برابر «۳» باشد، پس دو مثلث وجود دارد، بنابراین این مجموعه متناهی است.

پ) مجموعه $B = \{-12, -6, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ شمارنده‌های صحیح عدد ۱۲ می‌باشد که یک مجموعه متناهی است.

ت) در مجموعه C اگر اعداد صحیح کوچک‌تر یا مساوی ۴ انتخاب شود آن‌گاه $2^x \leq 16$ خواهد شد. بنابراین این مجموعه نامتناهی است.

$$C = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

(کتاب همگام علوی) (فصل اول - درس اول - مجموعه‌های متناهی و نامتناهی) (متوسط)

۶- گزینه «۲» -

$$\frac{5}{m+2} \leq \frac{4}{m+1} \Rightarrow \frac{5}{m+2} - \frac{4}{m+1} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{5(m+1) - 4(m+2)}{(m+2)(m+1)} \leq 0 \Rightarrow \frac{m-3}{(m+2)(m+1)} \leq 0$$

با تعیین علامت عبارت فوق، متوجه می‌شویم که m باید در بازه‌های $[-1, 3] \cup (-\infty, -2)$ باشد، ولی چون مقدار طبیعی خواسته، فقط مقادیر ۱ و ۲ و ۳ قابل قبول هستند، توجه کنید به ازای $m=3$ دو بازه اشتراکشان تنها یک نقطه است که

مجموعه متناهی بوده و برای دو مقدار دیگر، اشتراکی ندارند، به عبارتی اشتراک مجموعه تهی که آن هم متناهی است.

(سرآری ۱۴۰۴) (فصل اول - درس اول - بازه‌ها) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -

$$n(A) = 15 \text{ و } n(B) = 11 \text{ و } n(A \cup B) = 25 - 5 = 20$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$20 = 15 + 11 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 26 - 20 = 6$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 15 - 6 = 9$$

(اصفهانی) (فصل اول - درس دوم - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه) (متوسط)

۸- گزینه «۱» - می‌توانیم با یک مثال این تست را حل کنیم:

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow B' = \emptyset$$

$$A \cup \emptyset = A \Rightarrow A \subseteq A \cap B \quad \checkmark$$

همواره درست است.

(سرآری ۱۴۰۴) (فصل اول - درس دوم - اجتماع و اشتراک مجموعه‌ها) (آسان)

۹- گزینه «۱» -

جمله عمومی الگوی خطی به صورت $c_n = cn + b$ می باشد.

$$c_{n+1} - c_n = -4 \Rightarrow c(n+1) + b - (cn + b) = -4$$

$$\Rightarrow c + b - c - b = -4 \Rightarrow c = -4$$

$$c_{11} = c(11) + b \Rightarrow -29 = -4(11) + b$$

$$\Rightarrow b = 44 - 29 = 15$$

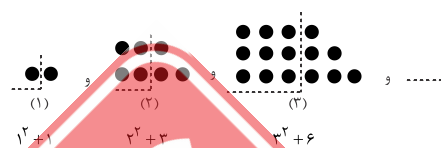
$$c_n = -4n + 15 = -65 \Rightarrow -4n = -65 - 15$$

$$\Rightarrow -4n = -80 \Rightarrow n = 20$$

(اصفهانی) (فصل اول - درس سوم - الگوی خطی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - الگوی داده شده از دو قسمت تشکیل شده است. قسمت اول آن دنباله مربعی

است و قسمت دیگر در کنار آن دنباله مثلثی می باشد.



بنابراین جمله n ام الگو به صورت $n^2 + \frac{n(n+1)}{2}$ می باشد. پس:

$$a_{10} = 10^2 + \frac{10(11)}{2} = 100 + 55 = 155$$

$$a_{11} = 11^2 + \frac{11(12)}{2} = 121 + 66 = 187$$

$$\Rightarrow |a_{10} - a_{11}| = 32$$

(اصفهانی) (فصل اول - درس سوم - الگوهای غیرخطی) (دشوار)

۱۱- گزینه «۲» -

$$2n - 5 = 7 \Rightarrow 2n = 12 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow a_6 = 6^2 - 5 = 31$$

$$2n - 5 = 9 \Rightarrow 2n = 14 \Rightarrow n = 7 \Rightarrow a_7 = 7^2 - 5 = 44$$

$$a_9 - a_7 = 44 - 31 = 13$$

(کتاب همگام علوی) (فصل اول - درس سوم - دنباله غیر خطی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$a_7 = 24 \quad a_{27} = 64$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\begin{cases} a_7 = a_1 + 6d = 24 \\ a_{27} = a_1 + 26d = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 6d = 24 \\ a_1 + 26d = 64 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 6d = -24 \\ a_1 + 26d = 64 \end{cases} \Rightarrow 20d = 40 \Rightarrow d = 2$$

$$a_1 + 6(2) = 24 \Rightarrow a_1 = 12$$

$$a_{180} = a_1 + 79d = 12 + 79(2) = 12 + 158 = 170$$

(اصفهانی) (فصل اول - درس چهارم - دنباله حسابی) (آسان)

۱۳- گزینه «۴» - با توجه به اینکه x, y و z سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی هستند،

بنابراین داریم:

$$y = \frac{x+z}{2} \quad \text{یا} \quad 2y = x+z$$

از طرفی:

$$x + y + z = -10$$

$$2y + y = -10 \Rightarrow 3y = -10 \Rightarrow y = -\frac{10}{3}$$

$$yx + zy = y(\underbrace{x+z}_{2y}) = -\frac{10}{3} \left(-\frac{20}{3} \right) = \frac{200}{9}$$

(اصفهانی) (فصل اول - درس چهارم - دنباله حسابی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» - طبق اطلاعات سؤال $t_{10} = 69$, $t_5 = 39$ است. به کمک تعریف جمله

عمومی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} t_5 = t_1 + 4d = 39 \\ t_{10} = t_1 + 9d = 69 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 4d = 39 \\ t_1 + 9d = 69 \end{cases}$$

$$\Delta d = 30 \Rightarrow d = 6$$

$$t_1 + 4d = 39 \xrightarrow{d=6} t_1 + 4(6) = 39 \Rightarrow t_1 = 39 - 24 = 15$$

(کتاب همگام علوی) (فصل اول - درس چهارم - دنباله حسابی) (آسان)

۱۵- گزینه «۲» -

$$S_4 = 73S_3 \Rightarrow \frac{4(1-q^4)}{1-q} = 73 \frac{4(1-q^3)}{1-q}$$

$$\Rightarrow \frac{1-q^4}{1-q^3} = 73 \Rightarrow \frac{(1-q^3)(1+q^3+q^6)}{1-q^3} = 73$$

$$\Rightarrow 1+q^3+q^6 = 73 \Rightarrow q = 2$$

$$\frac{a_7}{a} = \frac{4q^7}{4} \Rightarrow q^7 = 2^7 = 128$$

(سراسری ۱۴۰۴) (فصل اول - درس چهارم - دنباله هندسی) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» - دنباله $1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ یک دنباله هندسی با قدرنسبت $-\frac{1}{2}$ است،

بنابراین:

$$t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{128} = -1 \left(-\frac{1}{2} \right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{128} = \left(-\frac{1}{2} \right)^{n-1} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2} \right)^7 = \left(-\frac{1}{2} \right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow n-1 = 7 \Rightarrow n = 8$$

(اصفهانی) (فصل اول - درس چهارم - دنباله هندسی) (آسان)

۱۷- گزینه «۳» -

جمله عمومی دنباله: $t_n = t_1 r^{n-1}$

$$5, \dots, \dots, 135$$

$$\Rightarrow t_7 = t_1 r^6 \Rightarrow 135 = 5r^6 \Rightarrow r^6 = \frac{135}{5}$$

$$\Rightarrow r^6 = 27 \Rightarrow r = 3$$

(اصفهانی) (فصل اول - درس چهارم - دنباله هندسی) (آسان)

۱۸- گزینه «۴» - a_1, a_7, a_8 سه جمله متوالی یک دنباله هندسی هستند. بنابراین:

$$a_7 = a_8 \cdot a_1 \Rightarrow (a_1 + 6d)^7 = (a_1 + 7d)(a_1 + 10d)$$

$$\Rightarrow \cancel{a_1^7} + 12a_1d + 36d^7 = \cancel{a_1^7} + 10a_1d + 7a_1d + 70d^7$$

$$\Rightarrow 12a_1d - 10a_1d = 70d^7 - 36d^7 \Rightarrow -2a_1d = 34d^7 \Rightarrow a_1 = -17d$$

$$a_8 = a_1 + 7d = -17d + 7d = -10d$$

$$a_7 = a_1 + 6d = -17d + 6d = -11d$$

$$\text{قدرنسبت دنباله هندسی} = r = \frac{a_7}{a_8} = \frac{-11d}{-10d} = \frac{11}{10}$$

(اصفهانی) (فصل اول - درس چهارم - دنباله حسابی و هندسی) (دشوار)

۱۹- گزینه «۴» -

$$a_4 = 216a_7 \Rightarrow \frac{a_4}{a_7} = \frac{1}{216} \Rightarrow \frac{a_1q^3}{a_1q^6} = \frac{1}{216} \Rightarrow q^3 = \frac{1}{216}$$

$$\Rightarrow q^3 = \frac{1}{216} \Rightarrow q^3 = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \Rightarrow q = \frac{1}{6}$$

$$\frac{a_{10}}{a_8} = \frac{a_1q^9}{a_1q^7} = q^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

(کتاب همگام علوی) (فصل اول - درس چهارم - دنباله هندسی) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» - چون این سه عدد تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، پس:

$$2b = a + c$$

از طرفی سه جمله دیگر تشکیل دنباله هندسی می‌دهند، پس:

$$\left(\frac{1}{4}a\right)^2 = b\left(\frac{1}{4}c\right) \Rightarrow \boxed{a^2 = 4bc}$$

برای به دست آوردن دو برابر قدرنسبت دنباله هندسی عبارت اول را بر b تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{2b}{b} = \frac{a+c}{b} \Rightarrow 2 = \frac{a}{b} + \frac{c}{b}$$

و عبارت دوم را بر b^2 تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{bc}{b^2} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c}{b}$$

پس به جای $\frac{c}{b}$ می‌توانیم $\frac{a^2}{b^2}$ را در عبارت قبل جای‌گذاری کنیم.

$$2 = \frac{a}{b} + \left(\frac{a}{b}\right)^2 \Rightarrow t + t^2 = 2 \Rightarrow \boxed{t = 1}, t = -2 \checkmark$$

(سراسری ۱۴۰۴) (فصل اول - درس چهارم - دنباله حسابی و هندسی) (دشوار)