

ریاضی ۱

۱- گزینه «۳» - میان مربعات کامل زیر ۱۰۰ تنها دو عدد ۲۵ و ۱۶ هستند که اختلاف آن‌ها نیز مربع کامل یعنی برابر ۹ می‌باشد.
برای آن که مقدار ab بیشینه شود خود b و a باید بیشترین مقدار خود را اتخاذ کنند. بنابراین مقدار a باید برابر مقدار ۱۶ باشد و سپس ۷ رقم زوج که باید در این بازه قرار بگیرند عبارتند از:

$$۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۲, ۲۴, ۲۶, ۲۸$$

چون بازه، نیم‌باز است b می‌تواند عدد ۳۰ را اتخاذ کند و در این حالت $ab = ۴۸۰$.
(الله‌دادی) (فصل اول - بازه‌ها - صفحات ۳ و ۴)

۲- گزینه «۳» -

$$A \subset B' \Rightarrow B \subset A'$$

$$n(A' \cup B) = n(A') + n(B) - n(A' \cap B)$$

چون $B \subset A'$ آن‌گاه $A' \cap B = B$.

$$n(A' \cup B) = n(A') + n(B) - n(B) = n(A')$$

(الله‌دادی) (فصل اول - تعداد عضوی اجتماع دو مجموعه - صفحات ۱۰ تا ۱۲)

۳- گزینه «۲» -

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$n=1 \Rightarrow x=2, n=2 \Rightarrow x=5, n=3 \Rightarrow x=8, n=4 \Rightarrow x=11, n=5 \Rightarrow x=14, n=6 \Rightarrow n=17, n=7 \Rightarrow n=20$
مجموعه B کلاً ۷ عضو دارد. (الله‌دادی) (فصل اول - بازه‌ها و اشتراک - صفحات ۲ تا ۵)

۴- گزینه «۱» - یک مجموعه مرجع مانند U در نظر می‌گیریم، طبق سوال $n(U) > n(A) + n(B)$

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$$

چون $n(U) - n(A) - n(B) > 0$ آن‌گاه:

$$n(A' \cap B') > n(A \cap B) \Rightarrow \frac{n(A' \cap B')}{n(A \cap B)} > 1$$

(الله‌دادی) (فصل اول - تعداد اعضای متمم اجتماع دو مجموعه - صفحه ۱۱)

۵- گزینه «۲» - فرض کنیم A_1 مجموعه حاصل از اضافه کردن ۱۰ عضو جدید به مجموعه A باشد، در این صورت $n(A_1) = n(A) + 10$ و طبق فرض $n(A_1 \cap B) = n(A \cap B) + 9$ می‌باشد، بنابراین:

$$n(B \cup A_1) = n(B) + n(A_1) - n(A_1 \cap B)$$

$$n(A_1 \cup B) = n(B) + n(A) + 10 - (9 + n(A \cap B)) = \underbrace{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}_{n(A \cup B)} + 1 = 25 + 1 = 26$$

(سراسری ریاضی) (فصل اول - تعداد عضوی اجتماع دو مجموعه - صفحات ۱۰ تا ۱۲)

۶- گزینه «۱» - طبق فرمول می‌دانیم $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ و چون در صورت سوال داریم $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ بنابراین $n(A \cap B) = 0$ است و $A \cap B = \emptyset$. چون A و B هر دو ناتهی‌اند بنابراین A و B دو مجموعه جدا از هم هستند.
هم‌چنین می‌دانیم:

$$A - B' = A - (A \cap B')$$

طبق نمودار ون روبه‌رو برای دو مجموعه جدا از هم A و B ، $A \cap B' = A$ و $A - B' = \emptyset$



$$A - B = A - \overbrace{(A \cap B)}^{\emptyset} = A$$

هم‌چنین می‌دانیم: $(A - B) \cup (A - B') = A$ و متمم این عبارت برابر $U - A$ است.

(الله‌دادی) (فصل اول - متمم یک مجموعه و تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه و مجموعه‌های جدا از هم - صفحات ۸ تا ۱۱)

۷- گزینه «۴» - اگر B مجموعه اعداد حسابی باشد و C مجموعه اعداد طبیعی آن‌گاه $B - C$ تنها دارای یک عضو صفر است و اگر D مجموعه اعداد گنگ باشد آن‌گاه $D \cap C = \emptyset$ است بدیهی است که مجموعه اعداد گنگ و اعداد حسابی و طبیعی زیرمجموعه اعداد حقیقی‌اند.

(الله‌دادی) (فصل اول - مجموعه‌های اعداد - صفحات ۲ و ۴ و ۵)

۸- گزینه «۴» -

$$A_i = \left[-i, \frac{9-i}{2}\right]$$

$$A_1 = [-1, 4], A_2 = \left[-2, \frac{7}{2}\right], A_5 = [-5, 2], A_7 = [-7, 1]$$

$$A_2 \cap A_5 = \left[-2, \frac{7}{2}\right] \cap [-5, 2] = [-2, 2]$$

$$A_1 \cap A_7 = [-1, 4] \cap [-7, 1] = [-1, 1]$$

$$(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7) = [-2, 2] - [-1, 1] = [-2, -1) \cup (1, 2]$$

(سراسری ریاضی ۹۲) (فصل اول - بازه‌ها - صفحات ۲ و ۳)

۹- گزینه «۱» -

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$$

اعضای مجموعه A حاصلضرب هر عضو مجموعه P در رقم بعدی خودش است، به طوری که حاصل این حاصلضرب از ۴۰۰ کوچکتر باشد، تمام اعداد اول کوچکتر مساوی ۱۹ در این شرط صدق می‌کند. بنابراین مجموعه A هشت عضو دارد. (الله‌دادی) (فصل اول - بازه‌ها - صفحه ۳)

۱۰- گزینه «۴» -

مجموعه A: کلاس علوم مجموعه B: کلاس ریاضی

$$n(A) = 10 \quad n(B) = 12 \quad n(A \cap B) = 5 \quad n(A' \cap B') = 8 \quad n(A' \cap B') = n(A \cup B)'$$

تعداد کل دانش‌آموزان:

$$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B) \Rightarrow 8 = n(U) - 12 - 10 + 5 \Rightarrow n(U) = 25$$

(الله‌دادی) (فصل اول - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه - صفحه ۱۱)

۱۱- گزینه «۴» - نقطه مورد نظر اشتراک a و b و c است یعنی کوچکترین مضرب مشترک ۵ و ۴ و ۱۸ لذا با تبدیل آن‌ها به اعداد اول داریم:

$$4 = 2^2, 5 = 5^1, 18 = 2 \times 3^2 \quad \text{ک م م} = 5^1 \times 2^2 \times 3^2 = 180$$

بنابراین منحنی مورد نظر ۱۸۰ یا سایر مضارب صحیح آن است. (الله‌دادی) (فصل اول - نمودار ون - صفحات ۲ و ۸ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲)

۱۲- گزینه «۱» -

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)'$$

$$n(A \cup B)' = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B)' = n(A) + n(A') - n(A) - n(B) + n(A \cap B), n(A) + n(A') = n(U)$$

$$n(A \cup B)' = \lambda a + \nu b - \alpha a + b = \delta a + \delta b$$

$$\frac{n(A' \cap B')}{a + b} = \delta$$

(الله‌دادی) (فصل اول - متمم مجموعه، مجموعه مرجع، تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه - صفحات ۸ تا ۱۱)

۱۳- گزینه «۳» - مجموعه شمارنده‌های عدد ۲۴:

$$\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

یک مجموعه متناهی با تعداد مشخصی عضو می‌باشد و بقیه گزینه‌ها نامتناهی‌اند. (الله‌دادی) (فصل اول - مجموعه متناهی و نامتناهی - صفحات ۳ تا ۵)

۱۴- گزینه «۴» -

$$A_n = \left(-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n}\right) \Rightarrow A_3 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right), A_6 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$A_3 \cup A_6 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$(A_3 \cup A_6) - A_3 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right) = \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

(سراسری خارج از کشور ۸۶) (فصل اول - بازه‌ها و تفاضل و اجتماع - صفحات ۳ تا ۵)

۱۵- گزینه «۲» -

A: اعضای مجموعه {1, 4, 7, 3, 6}

B': اعضای مجموعه {1, 4, 7, 10, 11, 13, 15}

$$A \cap B' = \{1, 4, 7\}$$

(الله‌دادی) (فصل اول - نمودار ون و اشتراک دو مجموعه - صفحات ۲ و ۸ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲)

۱۶- گزینه «۴» - با توجه به نمودار ون  لزومی ندارد $A' \cap B$ یک مجموعه تهی باشد.

(سراسری ریاضی) (فصل اول - رابطه زیرمجموعه و نمودار ون - صفحه ۱۲)

۱۷- گزینه «۳» - بین دو عدد دو و سه هیچ عدد صحیحی وجود ندارد. (الله‌دادی) (بازه‌ها و مجموعه‌های عددی - صفحات ۲ و ۳)

۱۸- گزینه «۲» -

A: مضارب عدد دو {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30}

B: مضارب عدد هفت {7, 14, 21, 28}

$$n(A) = 15, n(B) = 4, n(A \cap B) = 2 \Rightarrow n(A \cup B) = 17$$

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 17 = 13$$

(الله‌دادی) (فصل اول - محاسبه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه)

۱۹- گزینه «۱» -

$$A = [1, 2), B = \{-2, -1, 0, 1\}, C = \{1\}$$

گزینه «۱»:

$$A - C = [1, 2) - \{1\} = (1, 2) \Rightarrow \text{بازه نامتناهی}$$

گزینه «۲»:

$$B \cap C = \{-2, -1, 0, 1\} \cap \{1\} = \{1\} \Rightarrow \text{متناهی}$$

گزینه «۳»:

$$A \cap C = [1, 2) \cap \{1\} = \{1\} \Rightarrow \text{متناهی}$$

گزینه «۴»:

$$B - A = \{-2, -1, 0, 1\} - [1, 2) = \{-2, -1, 0\} \Rightarrow \text{متناهی}$$

(الله‌دادی) (فصل اول - بازه‌ها و تفاضل و اشتراک بازه‌ها و مجموعه متناهی و نامتناهی - صفحات ۲ تا ۵)

۲۰- گزینه «۴» - تنها عبارت اول نادرست است: $\mathbb{W} - \mathbb{N}$ مجموعه $\{0\}$ می‌باشد و تهی نمی‌باشد.

(الله‌دادی) (فصل اول - مجموعه‌های اعداد، مجموعه‌های متناهی و مجموعه‌های جدا از هم - صفحات ۲ تا ۵ و ۱۰)