

## ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - تبدیل ۲ شیء از n شیء به صورت زیر بیان می شود.

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow 210 = \frac{n!}{(n-2)!} \Rightarrow 210 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} \Rightarrow n = 7$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تبدیل)

۲- گزینه «۱» -

فقط y فقط x فقط z فقط w فقط v فقط u فقط t فقط s فقط r فقط q فقط p فقط o فقط n فقط m فقط

۱	۳	۲	۱	۱
---	---	---	---	---

 $\Rightarrow 1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - جایگشت)

۳- گزینه «۳» -

$$\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{(n-1)!}{(n+1)n(n-1)!} = \frac{1}{20}$$

$$n(n+1) = 20 \Rightarrow \begin{cases} n = -5 * \\ n = 4 \checkmark \end{cases}$$

n عددی طبیعی است.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - فاکتوریل)

۴- گزینه «۴» - باید با ارقام ۰, ۲, ۴, ۶, ۸ اعداد سه رقمی بخش پذیر بر ۵ بسازیم:

فقط ۰, ۲, ۴, ۶, ۸

۴	۵	۱
---	---	---

 $\Rightarrow 4 \times 5 \times 1 = 20$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - جایگشت)

۵- گزینه «۱» - اگر تعداد مسیرهای از B به C را برابر m و تعداد مسیرهای از A به E را برابر n قرار دهیم خواهیم داشت:

$$2 \times m \times 2 + n \times 4 = 20 \Rightarrow$$

$$m + n = 5 \Rightarrow \begin{cases} 1, 4 \\ 2, 3 \\ 3, 2 \\ 4, 1 \end{cases} \Rightarrow$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۱» صحیح است.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - اصل جمع)

۶- گزینه «۲» - برای هر سکه ۲ حالت وجود دارد: رو یا پشت. پس برای دو سکه تعداد حالت‌ها برابر  $2^2 = 4$  می‌باشد. از طرفی در تاس اعداد زوج عبارتند از ۲ و ۴ و ۶ که تعداد آن‌ها ۳ تا است. لذا طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$3 \times 4 = 12$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - اصل ضرب)

۷- گزینه «۳» - حرف‌های e را کنار هم و حرف‌های t را نیز کنار هم قرار می‌دهیم:

tt	ee
----	----

 $sr \Rightarrow$  تعداد کلمات =  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 

اشیء اشیء

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - جایگشت)

۸- گزینه «۲» -

فقط ۱, ۳, ۵, ۶, ۱, ۳, ۵, ۶

۴	۳	۲	۱
---	---	---	---

 $\Rightarrow$  تعداد عددها =  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 

حالت اول:

فقط ۱, ۳, ۶, ۱, ۳, ۶

۳	۳	۲	۱
---	---	---	---

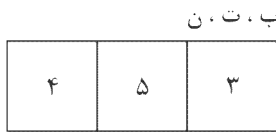
 $\Rightarrow$  تعداد عددها =  $3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$ 

حالت دوم:

$$\Rightarrow$$
 طبق اصل جمع  $\rightarrow$  تعداد کل عددها =  $24 + 18 = 42$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - جایگشت و اصل جمع)

۹- گزینه «۱» - در کلمه «بوستان» حروف نقطه‌دار عبارتند از: «ب» و «ت» و «ن» لذا اولین خانه سمت راست به ۳ حالت می‌تواند پر شود برای بقیه خانه‌ها شرط خاصی نداریم.



ب و س ت ا

$$4 \times 5 \times 3 = 60$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - جایگشت)

۱۰- گزینه «۴» - اگر از B عبور نکنیم پس فقط ۳ مسیر کلی به صورت زیر وجود دارد:

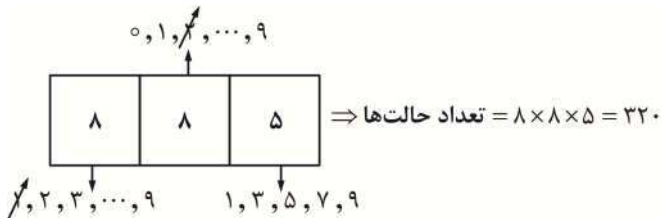
$$E \rightarrow C \rightarrow D \Rightarrow \text{تعداد حالت ها} = 4 \times 1 = 4 \xrightarrow{\text{طبق اصل جمع}} 4 + 4 + 1 = 9 = \text{تعداد کل حالت ها}$$

$$E \rightarrow A \rightarrow D \Rightarrow \text{تعداد حالت ها} = 2 \times 2 = 4$$

$$E \rightarrow D \Rightarrow \text{تعداد حالت ها} = 1$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - اصل جمع)

۱۱- گزینه «۳» - ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ... و ۹ را در نظر می‌گیریم برای این که عدد سه رقمی فرد باشد باید رقم یکان آن فرد باشد.



(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - جایگشت)

۱۲- گزینه «۳» - در صورت مسئله از لفظ «و» استفاده شده و تأکید شده که فقط یک مگان، یک سمند و یک پژو می‌توان انتخاب کرد لذا از اصل ضرب استفاده می‌کنیم:

$$4 \times 3 \times 5 = 60 = \text{تعداد انتخاب‌ها}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - اصل ضرب)

۱۳- گزینه «۴» - در عبارت  $16x^2 - 6x + 9$ ، دو جمله  $16x^2$  و  $9$  به ترتیب مربع  $4x$  و  $3$  هستند. این دو جمله ( $9$  و  $16x^2$ ) با دو برابر ضرب  $4x$  و  $3$  تشکیل اتحاد مربع می‌دهند:

$$2(3)(4x) = 24x$$

پس  $16x^2$  و  $9$  با  $24x$  یا  $-24x$  تشکیل اتحاد مربع می‌دهند. حال باید پیدا کنیم چه عبارتی ( $k$ ) با  $-6x$  جمع شود تا حاصل  $24x$  یا  $-24x$  شود:

$$-6x + k = 24x \Rightarrow k = 30x \rightarrow \text{در گزینه‌ها نیست.}$$

$$-6x + k = -24x \Rightarrow k = -18x$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس اول - اتحاد جبری)

۱۴- گزینه «۱» -

$$3x^4 - 27 = 3(x^4 - 9) = 3((x^2)^2 - (3)^2) \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} 3(x^2 - 3)(x^2 + 3) \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} 3(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x^2 + 3)$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس اول - اتحاد مزدوج)

۱۵- گزینه «۲» - ضریب  $x^2$  مربع کامل نیست پس عبارت را در ۶ ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$6x^2 - 5x - 6 = \frac{6(6x^2 - 5x - 6)}{6} = \frac{36x^2 - 30x - 36}{6} = \frac{(6x)^2 - 5(6x) - 36}{6} = \frac{(6x - 9)(6x + 4)}{6}$$

$$= \frac{2(3x - 3)2(3x + 2)}{6} = (3x - 3)(3x + 2)$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس اول - اتحاد جمله مشترک)

۱۶- گزینه «۱» - عبارت روبه‌رو را با استفاده از اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم:

$$27x^3 - 1 = (3x)^3 - 1^3 = (3x-1)(9x^2 + 3x + 1)$$

$$9x^2 + 3x + 1 = \text{طول} \Rightarrow (3x-1)(9x^2 + 3x + 1) = \text{طول} \times (3x-1) \Rightarrow \text{طول} = 9x^2 + 3x + 1$$

$$9x^2 + 3x + 1 - (3x-1) = 9x^2 + 2$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس اول - اتحاد مکعب)

۱۷- گزینه «۴» - این عبارت گویا فقط به‌ازای  $x = -1$  و  $x = 2$  تعریف نمی‌شود پس مخرج به‌ازای  $x = -1$  و  $x = 2$  صفر می‌شود.

$$\begin{cases} ax^2 + bx - 1 = 0 \xrightarrow{x=-1} a - b - 1 = 0 \Rightarrow a - b = 1 \\ ax^2 + bx - 1 = 0 \xrightarrow{x=2} 4a + 2b - 1 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{دستگاه دو معادله دو مجهول}} a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$$

پس عبارت به‌صورت  $\frac{3x^2 - 4x + 2}{\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1}$  در می‌آید که مقدار آن به‌ازای  $x = 1$  عبارت است:

$$\frac{3(1) - 4(1) + 2}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1} = \frac{3 - 4 + 2}{-1} = \frac{1}{-1} = -1$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس دوم - عبارت‌های گویا)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} \div \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 + mx} = 2 \Rightarrow \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-2)} \times \frac{x(2x+m)}{(x+2)(x-1)} = 2 \Rightarrow \frac{2x+m}{x+2} = 2 \Rightarrow 2x+m = 2x+4 \Rightarrow m = 4$$

(سراسری خارج از کشور - ۸۷ با تغییر) (پایه دهم - فصل اول - درس دوم - ضرب و تقسیم عبارت‌های گویا)

۱۹- گزینه «۲» -

$$\begin{cases} x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = (x-3)^3 \\ x^3 - 6x + 9 = (x-3)^2 \end{cases} \Rightarrow (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) \left( \frac{x+1}{x^2 - 6x + 9} - \frac{1}{x-3} \right) = (x-3)^3 \left( \frac{x+1}{(x-3)^2} - \frac{1}{x-3} \right) =$$

$$(x-3)^3 \left[ \frac{x+1-x+3}{(x-3)^2} \right] = (x-3)^3 \left( \frac{4}{(x-3)^2} \right) = 4(x-3) = 4x - 12$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس دوم - اعمال جبری روی عبارت‌های گویا)

۲۰- گزینه «۴» -

$$\frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{x^2 + 4x + 4} - 1 + \frac{1}{x-1} = \frac{(x+2)^3 - 1}{(x+2)^2} + \frac{1}{x-1} = \frac{x+2-1}{x+2+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{x+3} + \frac{1}{x-1}$$

مخرج کسر به‌ازای  $x = 1$  و  $x = -3$  صفر می‌شود در نتیجه عبارت حاصله به‌ازای  $x = 1, -3$  تعریف نشده است.

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس دوم - عبارت‌های گویا)