

ریاضی

۱- گزینه «۲» -

$$x^2 - (m^2 + m)x + m^2 = 0 \Rightarrow (x - m)(x - m^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m^2 \end{cases}$$

چون $m > 1$ است، ریشه بزرگتر m^2 است. (نصیری) (پایه دهم - فصل چهارم - حل معادله درجه دوم) (متوسط)
گزینه «۲» -

$$4x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x=3}{2} \Rightarrow y^2 + 6y + 9 = 0 \Rightarrow y = -3$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل چهارم - معادله درجه دوم) (متوسط)
گزینه «۱» - جواب این نامعادله به صورت $|x - \alpha| > \beta$ خواهد بود که:

$$\alpha = \frac{6+3}{2} = \frac{9}{2}, \beta = \frac{6-3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$|x - \frac{9}{2}| > \frac{3}{2} \Rightarrow |2x - 9| > 3$$

(کتاب درسی) (پایه دهم - فصل چهارم - نامعادله قدرمطلق) (آسان)

۴- گزینه «۱» - با فرض $x^2 = t$ معادله به $t^2 - 2t - m = 0$ تبدیل می‌شود. برای آن‌که معادله دو ریشه حقیقی بدهد، دو حالت زیر رخ می‌دهد:

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0$$

$$\frac{c}{a} = \frac{-m}{1} < 0 \Rightarrow m > 0$$

(ب) ریشه مضاعف مثبت بدهد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow 4 + 4m = 0 \Rightarrow m = -1$$

پس جواب کامل $m \in (0, +\infty) \cup \{-1\}$ خواهد بود.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - درجه چهارم) (دشوار)

۵- گزینه «۳» - f را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم:

$$f(x) - 2f(x-1) = 6x - 1$$

$$ax + b - 2(a(x-1) + b) = 6x - 1$$

$$-ax + 2a - b = 6x - 1 \Rightarrow a = -6, b = -11 \Rightarrow f(x) = -6x - 11$$

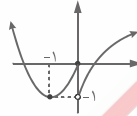
$$\Rightarrow f(1) = a + b = -17$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل پنجم - تابع خطی) (آسان)

۶- گزینه «۳» - تابع همانی $y = x$ است، بنابراین اگر دامنه $\{2, 1\}$ باشد، برد هم $\{2, 1\}$ است.

(کتاب درسی) (پایه دهم - فصل پنجم - تابع ثابت و همانی) (آسان)

۷- گزینه «۴» - نمودار تابع داده شده را رسم می‌کنیم:



برد تابع $R_f = [-1, +\infty)$ است. (نصیری) (پایه دهم - فصل پنجم - برد تابع) (آسان)

۸- گزینه «۱» -

$$\alpha^2 + \beta^2 = 6 \Rightarrow S^2 - 2P = 6 \Rightarrow (\frac{\gamma}{m})^2 + \frac{\gamma}{m} = 6 \Rightarrow (\frac{\gamma}{m})^2 + \frac{\gamma}{m} - 6 = 0$$

$$(\frac{\gamma}{m} + 3)(\frac{\gamma}{m} - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{\gamma}{2} & m > 0 \\ m = 1 & \end{cases}$$

$$A(1, -2): \text{رأس سهمی} \dots \Rightarrow x = \frac{1}{m} = 1 \Rightarrow \text{طول رأس}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - سهمی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -

$$\frac{10 + x}{110 + 6x} = \frac{10}{100} \Rightarrow 110 + 6x = 100 + 10x \Rightarrow 4x = 10 \Rightarrow x = 2.5$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - معادله گویا) (آسان)

$$\begin{cases} 4 - x^2 \geq 0 \\ x^2 - 4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x = \pm 2$$

دامنه معادله $\{2, -2\}$ است که هر دوی آن‌ها در معادله صدق می‌کنند، پس مجموعه جواب‌ها صفر است. (نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - معادله گنگ) (متوسط)

$$f(x) = x(x^2 - x - 2)^3 - x^6 = x(x^6 \dots) - x^6 = x^7 + \dots$$

درجه f برابر ۷ خواهد بود. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - چندجمله‌ای) (آسان)

۱۲- گزینه «۲» - f نباید از مبدأ مختصات عبور کند.

$$f(0) \neq 0 \Rightarrow a(-b)^r + c \neq 0 \Rightarrow c \neq ab^r$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درجه سوم) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» - تابع $\log_2 x$ اکیداً صعودی و تابع $\log_2(1-x)$ اکیداً نزولی است. برای آن‌که f اکیداً نزولی باشد، باید $m-1$ مثبت باشد.

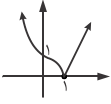
(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی توابع) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» - تابع گلدانی شکل $f(x)$ در بازه $[-m, 2]$ ثابت است، بنابراین:

$$-m \leq -3 \Rightarrow m \geq 3 \Rightarrow \min(m) = 3$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» -

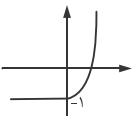


با توجه به نمودار تابع f در بازه $[0, 2]$ غیریکنواست.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی) (آسان)

۱۶- گزینه «۴» -

$$f(x) = x|x| + x^2 - 1 = \begin{cases} 2x^2 - 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار f صعودی است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی) (متوسط)

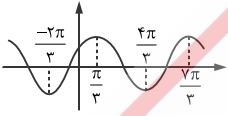
۱۷- گزینه «۲» -

$$0 < \frac{a+1}{a} < 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+1}{a} < 1 \Rightarrow \frac{1}{a} < 0 \Rightarrow a < 0 \\ \frac{a+1}{a} > 0 \Rightarrow a \in (-\infty, -1) \cup (0, +\infty) \end{cases}$$

اشتراک جواب‌های به‌دست آمده برابر است با: $a < -1$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی) (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» - نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار، f در بازه $[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}]$ اکیداً نزولی است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی) (متوسط)

۱۹- گزینه «۴» -

$$f(2x^2) > f(x+1) \Rightarrow 2x^2 > x+1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی و ترکیب) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» - چون تابع f اکیداً صعودی است، پس:

$$(fog)(x) < (fof)(x) \Rightarrow g(x) < f(x) \Rightarrow x^2 < x \Rightarrow x^2 - x < 0 \Rightarrow 0 < x < 1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - ترکیب دو تابع) (دشوار)

۲۱- گزینه «۲» -

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} \in D_g\} = \{x \geq 1 \mid x \geq 1\} = [1, +\infty)$$

(کتاب درسی) (پایه دوازدهم - فصل اول - دامنه ترکیب دو تابع) (آسان)

۲۲- گزینه «۳» -

$$(gof)(x) < 0 \Rightarrow \frac{x^3 - 1}{x^3 - 8} < 0 \Rightarrow 1 < x < 2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - ترکیب توابع) (آسان)

۲۳- گزینه «۲» -

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \neq 0 \mid \frac{1}{x} \neq 1\} = \mathbb{R} - \{0, 1\}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - دامنه و ترکیب توابع) (آسان)

۲۴- گزینه «۱» -

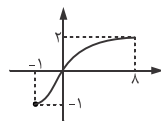
$$(fofof)(-1) = f(f(f(-1))) = f(f(-1)) = f(-1) = -1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - ترکیب توابع) (آسان)

۲۵- گزینه «۴» - برد f را دامنه g در نظر می گیریم:

$$0 \leq x \leq \frac{9}{4} \Rightarrow -1 \leq R_f \leq 8$$

تابع $g(x) = \sqrt[3]{x}$ در بازه $[-1, 8]$ را رسم می کنیم:



بنابراین $R_{\text{gof}} = [-1, 2]$ خواهد بود. (نصیری) پایه دوازدهم - فصل اول - ترکیب توابع (دشوار)