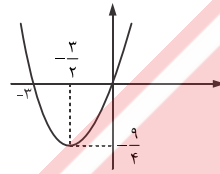


## ریاضی

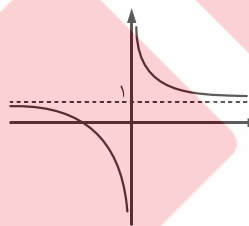
۱- گزینه «۳» -

$$f(x) = x^2 + 3x \Rightarrow s = \begin{cases} -\frac{3}{2} \Rightarrow x < -\frac{3}{2} \\ -\frac{9}{4} \Rightarrow x > -\frac{3}{2} \end{cases}$$



تذکر: تابع درجه دوم در بازه‌ای که راس سهمی نقطه درونی بازه باشد، غیر یکنواست.

$$g(x) = \frac{x+3}{x} \Rightarrow$$



اکیدا نزولی  $\Rightarrow (-\infty, 0)$

اکیدا نزولی  $\Rightarrow (0, +\infty)$

این تابع نیز در هر بازه‌ای که شامل ریشه مخرج باشد غیر یکنواست.

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تابع - یکنوایی تابع) (متوسط)

۲- گزینه «۲» - تابع در بازه  $[-3, 2]$  صعودی است که طولانی‌ترین بازه می‌باشد و طول آن ۵ است.

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تابع - یکنوایی تابع) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - ابتدا برحسب مولفه اول  $f = \{(-2, 10 - x), (0, x^2 + 4), (1, 2x + 7)\}$  تابع را مرتب می‌کنیم.

$$10 - x \leq x^2 + 4 \leq 2x + 7 \Rightarrow \text{شرط صعودی بودن}$$

$$\boxed{1} \quad 10 - x \leq x^2 + 4 \Rightarrow x^2 + x - 6 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x \leq -3 \vee x \geq 2}$$

$$\boxed{2} \quad x^2 + 4 \leq 2x + 7 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Rightarrow \boxed{-1 \leq x \leq 3}$$

$$\boxed{1} \cap \boxed{2} = [2, 3] \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow b-a=1$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تابع - یکنوایی تابع) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

$$f(\Delta) = 2 \Rightarrow f(f(\Delta)) = f(2) = 7$$

$$f(1) = \Delta \Rightarrow f(f(1)) = f(\Delta) = 2$$

$$\frac{1}{7} \times 7 + \frac{3}{7} \times 2 = 1 + 3 = 4$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب تابع) (آسان)

۵- گزینه «۴» -

$$f^2(\sqrt{x}) = ((\sqrt{x})^2 + \frac{1}{(\sqrt{x})^2})^2 = (x + \frac{1}{x})^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$g(x) = -f(x) + f^2(\sqrt{x}) = -x^2 - \frac{1}{x^2} + x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 2$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب تابع) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$f(g(x)) = \frac{g(x)+1}{2} = \frac{x-1}{x} \Rightarrow x(g(x)+1) = 2(x-1)$$

$$x.g(x) + x = 2x - 2 \Rightarrow x.g(x) = x - 2 \Rightarrow x.g(x) = x - 2$$

$$g(x) = \frac{x-2}{x}$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب تابع) (آسان)

۷- گزینه «۲» -

$$f \text{ ضابطه } \begin{cases} A(2, 0) \Rightarrow m = \frac{-2}{3} \Rightarrow y - 2 = \frac{-2}{3}(x - 0) \Rightarrow f(x) = \frac{-2}{3}x + 2 \\ B(0, 2) \end{cases}$$

$$g \text{ ضابطه } \begin{cases} A(0, -1) \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{x}{2} - 1 \\ B(2, 0) \end{cases}$$

$$g \circ f(2) = g(f(2)) = g(\frac{2}{3}) = \frac{-2}{3}$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب تابع) (متوسط)

۸- گزینه «۴» - راه اول:

$$\text{فرض } 2x - 3 = t \Rightarrow x = \frac{t+3}{2}$$

$$f(t) = 4(\frac{t+3}{2})^2 - 14(\frac{t+3}{2}) + 13 = t^2 - t + 1$$

$$\text{بنابراین } f(x) = x^2 - x + 1$$

راه دوم: عددگذاری

$$x = 0 \Rightarrow f(-3) = 13 \Rightarrow \text{فقط در گزینه «۴» برقرار است.}$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب تابع) (دشوار)

۹- گزینه «۱» -

$$\text{فرض } f(x) = ax + b$$

$$\Rightarrow f(f(x)) = a(ax+b) + b = a^2x + ab + b$$

$$a^2x + ab + b = 4x + 12 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \\ ab + b = 12 \end{cases}$$

$$\text{اگر } a = 2 \Rightarrow 2b + b = 12 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow f(x) = 2x + 4 \Rightarrow f(2) = 8$$

$$\text{اگر } a = -2 \Rightarrow -2b + b = 12 \Rightarrow b = -12 \Rightarrow f(x) = -2x - 12 \Rightarrow f(2) = -16$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب تابع) (دشوار)

۱۰- گزینه «۱» -

$$-2 \leq \sqrt{x-1} < 2 \Rightarrow \sqrt{x-1} < 2 \Rightarrow x-1 < 4 \Rightarrow x < 5$$

از طرفی باید  $x-1 \geq 0$  پس  $x \geq 1$ ؛ لذا  $D_f = [1, 5)$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب تابع) (متوسط)

۱۱- گزینه «۲» - راه اول:

$$\text{فرض } \begin{cases} f(x) = \frac{x}{x+2} \\ g(x) = \frac{2x+3}{x-2} \end{cases} \Rightarrow g(f(x)) = \frac{2(\frac{x}{x+2}) + 3}{\frac{x}{x+2} - 2} = \frac{\frac{2x}{x+2} + 3}{\frac{x}{x+2} - 2}$$

$$g(f(x)) = \frac{\frac{2x+6}{x+2}}{\frac{-x-4}{x+2}} = \frac{2x+6}{-x-4} \xrightarrow{g(f(x))=-4} \frac{2x+6}{-x-4} = -4$$

$$\Rightarrow 2x+6 = 4x+16 \Rightarrow \boxed{x=10}$$

راه دوم:

$$\frac{2x+3}{x-2} = -4 \Rightarrow 2x+3 = -4x+8 \Rightarrow 6x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{6}$$

$$\frac{x}{x+2} = \frac{5}{6} \Rightarrow 6x = 5x+10 \Rightarrow \boxed{x=10}$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب تابع) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» -

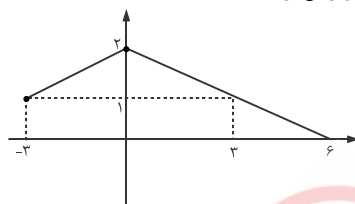
$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2[x]-1 \in (-2, 5)\}$$

$$\Rightarrow -2 < 2[x]-1 < 5 \Rightarrow -1 < 2[x] < 6$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{2} < [x] < 3 \Rightarrow 0 \leq x < 3$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب تابع) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» - چون قاعده مثلث برابر ۶ و ارتفاع آن عدد «۱» است.



$$S = \frac{1 \times 6}{2} = 3$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب و انتقال تابع) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» -

$$D_f = [-1, 3]$$

$$\leq \sqrt{-x^2 + 2x + 3} \Rightarrow 4 \Rightarrow \text{عرض رأس سهمی}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \leq a + b\sqrt{-x^2 + 2x + 3} \leq a + 2b \\ a + 2b \leq a + b\sqrt{-x^2 + 2x + 3} \leq a \end{cases}$$

$$D_f = R_f \Rightarrow \begin{cases} a = -1, a + 2b = 3 \\ a + 2b = -1, a = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1, b = 2 \\ a = 3, b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = -2 \\ ab = -6 \end{cases}$$

(خسروگردی) (پایه دهم - فصل پنجم - درس دوم - تابع - دامنه و برد) (دشوار)

۱۵- گزینه «۱» -

$$-1 \leq x \leq 5 \Rightarrow -3 \leq 2x - 1 \leq 9 \Rightarrow D_f = [-3, 9]$$

$$-3 \leq \frac{x}{3} \leq 9 \Rightarrow -9 \leq x \leq 27 \Rightarrow D_{f(\frac{x}{3})} = [-9, 27]$$

(خسروگردی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - تابع - ترکیب تابع) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$x = 0 \Rightarrow y = \pm 1 \Rightarrow \text{تابع نیست.}$$

گزینه «۲»: جمع چند عبارت نامنفی وقتی صفر است که هرکدام به تنهایی صفر باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x - x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow f = \{(0, 0), (1, 0)\}$$

گزینه «۳»:

$$x = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \Rightarrow \text{تابع نیست.}$$

گزینه «۴»:

$$x = 2 \Rightarrow y = \text{هر عدد زوج} \Rightarrow \text{تابع نیست.}$$

(خسروگردی) (پایه دهم - فصل پنجم - درس اول - تابع - تعریف تابع) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» -

$$x = 2 \Rightarrow f(2) + 2f(2) = 2^3 + 1 \Rightarrow 2f(2) = 9 \Rightarrow f(2) = 3$$

$$x = -2 \Rightarrow f(-2) - 2f(2) = (-2)^3 + 1$$

$$\Rightarrow f(-2) - 6 = -8 + 1 \Rightarrow f(-2) = -1$$

(خسروگردی) (پایه دهم - فصل پنجم - درس اول - تابع و تعیین مقدار تابع) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\frac{x+1}{5-x} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|} -1 & 5 & & \\ \hline & - & + & - \\ \hline & \text{ن} & \text{ب} & \text{ن} \end{array} \Rightarrow -1 \leq x < 5$$

$$\frac{x+2}{3-x} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|} -2 & 3 & & \\ \hline & - & + & - \\ \hline & \text{ن} & \text{ب} & \text{ن} \end{array} \Rightarrow -2 \leq x < 3$$

$$\text{اشتراک} = [-1, 3]$$

$$\text{اعداد صحیح} = \{-1, 0, 1, 2\}$$

(خسروگردی) (پایه دهم - فصل پنجم - درس اول - تابع - دامنه تابع) (آسان)

۱۹- گزینه «۲» -  $x = -2$  ریشه مضاعف مخرج است.

$$2x^2 + ax + b = 2(x+2)^2 = 2x^2 + 8x + 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow a + b = 16$$

(خسروگردی) (پایه دهم - فصل پنجم - درس اول - تابع - دامنه تابع) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» -

$$1 < x < 4 \Rightarrow 1 < x^2 < 16 \Rightarrow 3 < 2x^2 < 48$$

$$\Rightarrow 2 < 2x^2 - 1 < 47 \Rightarrow R_f = (2, 47) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 47 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b - a = 45$$

(خسروگردی) (پایه دهم - فصل پنجم - درس اول - تابع - برد تابع) (آسان)

۲۱- گزینه «۱» -

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} \xrightarrow{f=g} D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$2x^2 + cx + 2 = 2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x + 2 \Rightarrow \boxed{c = -4}$$

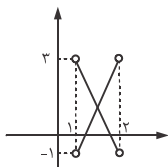
$$\Rightarrow g(x) = \frac{ax+b}{2x^2-4x+2} = \frac{ax+b}{2(x-1)^2} \xrightarrow{f=g}$$

$$\frac{ax+b}{2(x-1)^2} = \frac{\Delta}{x-1} \Rightarrow ax+b = 2 \times \Delta \times (x-1)$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -1 \Rightarrow a + b + c = -4$$

(خسروگردی) (پایه دهم - فصل پنجم - درس اول - تابع - تساوی تابع) (متوسط)

۲۲- گزینه «۱» - تابع خطی با این ویژگی وجود دارد.



(خسروگردی) (پایه یازدهم - فصل سوم - تابع - انواع تابع) (آسان)

۲۳- گزینه «۴» -

$$g(x) = -\frac{3}{4}x + 3$$

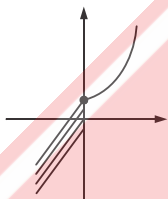
$$\frac{f(1) + g(1)}{2f(1) - g(1)} = \frac{2 + \frac{9}{4}}{2(2) - \frac{9}{4}} = \frac{\frac{17}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{17}{5}$$

(خسروگردی) (پایه یازدهم - فصل سوم - تابع - اعمال جبری روی تابع) (متوسط)

۲۴- گزینه «۳» - با توجه به شکل نمودار تابع در  $x \geq 0$  بدیهی است که خط  $2x + a$  باید به

گونه‌ای باشد که عرض از مبدا آن کوچک‌تر یا مساوی ۱ شود تا تابع یک به یک

بماند؛ پس:  $a \leq 1$

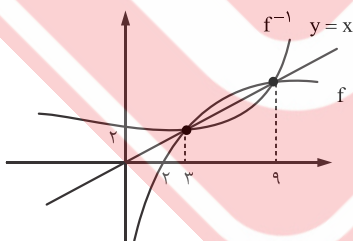


(خسروگردی) (پایه یازدهم - فصل سوم - تابع - تابع یک به یک) (متوسط)

۲۵- گزینه «۴» - می‌دانیم نمودار  $f^{-1}$  قرینه نمودار  $f$  نسبت به خط  $y = x$  است. از طرفی:

$$D_g : x - f^{-1}(x) \geq 0$$

$$f^{-1}(x) \leq x \Rightarrow$$



$$\Rightarrow D_g = [3, 9]$$

(خسروگردی) (پایه یازدهم - فصل سوم - تابع - تابع وارون) (متوسط)