

حسابان

۱- گزینه «۲» - چون f تابع است، پس:

$$f - m = m \Rightarrow m = 2 \Rightarrow f = \{(1, 2), (4, x^2 + x)\}$$

باید برد f تک عضوی باشد. پس:

$$x^2 + x = 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

(نصیری) (پایه دهم - تابع - تعریف تابع) (آسان)

۲- گزینه «۲» - تابع همانی به صورت $y = x$ است پس برای آن که $f(x)$ یک تابع همانی باشد باید:

$$\frac{a-1}{1} = \frac{6}{1} = \frac{b}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 30 \end{cases}, \quad f(a+b) = a+b = 37$$

(نصیری) (پایه دهم - تابع - تابع همانی) (متوسط)

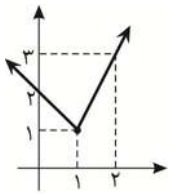
۳- گزینه «۳» - اگر $f(x)$ را دو واحد به سمت راست منتقل کنیم تابع $f(x-2)$ به دست می آید.

$$f(x-2) = f(x) \Rightarrow (x-2)^2 + 2(x-2) + 1 = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + 4x - 8 + 1 = x^2 + 4x \Rightarrow x = -1$$

$$f(-1) = 1 - 4 + 1 = -2$$

(نصیری) (پایه دهم - تابع - انتقال) (آسان)

۴- گزینه «۴» - نمودار ضابطه ها را رسم می کنیم.



$$y = 2x - 1$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ \hline y & 1 & 3 \end{array}$$

$$y = 2 - x$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & 2 & 1 \end{array}$$

ملاحظه می کنید که برد تابع $(1, +\infty)$ است. (نصیری) (پایه دهم - تابع - انتقال) (آسان)

۵- گزینه «۱» - چون f تابع گویاست پس $m = -2$ است.

$$f(x) = \frac{x}{-2x^2 + x + n}$$

چون دامنه تابع \mathbb{R} است، بنابراین مخرج کسر نباید ریشه حقیقی داشته باشد.

$$\Delta = 1 + 4n < 0 \Rightarrow n < -\frac{1}{4}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تابع گویا) (آسان)

۶- گزینه «۲» -

$$6x^2 - 13x + 6 < 0 \Rightarrow (2x-3)(3x-2) < 0 \Rightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{1}{x} < \frac{3}{2} \xrightarrow{\times 20} 20 < \frac{30}{x} < 45 \Rightarrow \frac{30}{x} \in \{20, 21, \dots, 44\}$$

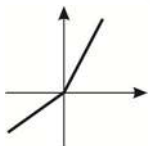
تعداد اعضای این مجموعه برابر است با:

$$n = 44 - 20 + 1 = 25$$

(نصیری) (پایه یازدهم - تابع - جزء صحیح) (دشوار)

۷- گزینه «۳» - دامنه هر دو تابع \mathbb{R} است بنابراین دامنه تابع $(f+g)(x)$ نیز \mathbb{R} خواهد بود. حال ضابطه $(f+g)(x)$ را حساب می کنیم:

$$(f+g)(x) = (|x| - x) + (2x + |x|) = x + 2|x| = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$



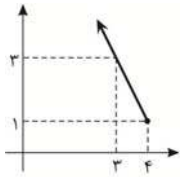
(نصیری) (پایه یازدهم - تابع - اعمال تابع) (متوسط)

۸- گزینه «۴» - ابتدا دامنه $(g \circ f)(x)$ را حساب می‌کنیم.

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \leq 4 \mid \sqrt{4-x} \in \mathbb{R}\} = (-\infty, 4]$$

حال ضابطه $g \circ f$ را حساب می‌کنیم.

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2(4-x) + 1 = 9 - 2x$$



x	۴	۳
y	۱	۳

بنابراین باید خط $y = 9 - 2x$ را با شرط $x \leq 4$ رسم کنیم.

بنابراین $R_{g \circ f} = [1, +\infty)$ (نصیری) (پایه دهم - تابع - ترکیب توابع) (دشوار)

۹- گزینه «۲» -

$$f(x) \longrightarrow f(x-1) \longrightarrow -f(x-1)$$

$$g(x) = -f(x-1) = -((x-1)^2 - (x-1) - 1) = -(x^2 - 2x + 1 - x + 1 - 1) \Rightarrow g(x) = -x^2 + 3x - 1$$

$$\max(g(x)) = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(9-4)}{4(-1)} = \frac{5}{4} = 1/25$$

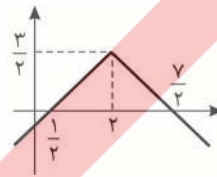
(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل نمودار) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - فرآیند تبدیل تابع به صورت زیر است.

$$f(x) \longrightarrow -f(x) \Rightarrow -f(x) + \frac{3}{2}$$

$$g(x) = -f(x) + \frac{3}{2} = \frac{3}{2} - |x-2|$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow |x-2| = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{7}{2} \\ x-2 = -\frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$



مساحت مثلث محدود به این تابع و محور x ها برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2/25$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل نمودار) (متوسط)

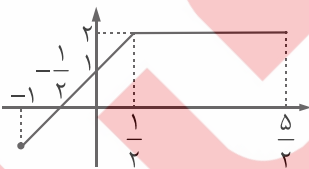
۱۱- گزینه «۱» - چون A روی g قرار دارد بنابراین:

$$g(3) = -1 \Rightarrow f(\delta) = -1$$

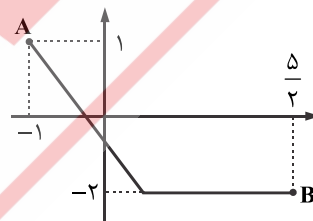
$$h(\delta) = f(\delta) + 1 = -1 + 1 = 0 \Rightarrow (\delta, 0) \in h$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل نمودار) (آسان)

۱۲- گزینه «۲» -



$$y = f(2x)$$



$$y = -f(2x)$$

معادله خطی را می‌نویسیم که از دو نقطه $A(-1, 1)$ و $B(\frac{5}{2}, -2)$ عبور کند.

$$y-1 = \frac{1+2}{-1-\frac{5}{2}}(x+1) \Rightarrow y-1 = \frac{-6}{7}(x+1) \Rightarrow 7y-7 = -6x-6 \Rightarrow 6x+7y=1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل نمودار) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» - ریشه زیر رادیکال ۴ است.

$$b-x=0 \xrightarrow{x=f} b-f=0 \Rightarrow b=f$$

$$f(f)=1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow f(x)=1+\sqrt{f-x}$$

$$f(0)=1+\sqrt{f}=3$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل تابع) (آسان)

۱۴- گزینه «۱» - برد تابع $f(x)$ سه برابر شده است تا برد تابع $(2k-1)f(x-1)$ بدست آید پس:

$$2k-1=3 \Rightarrow k=2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل تابع) (آسان)

۱۵- گزینه «۳» - قرینه تابع $f(x)$ نسبت به مبدأ مختصات تابع $-f(-x)$ است.

$$g(x) = -f(-x) = -(x^2 - bx + c) = -x^2 + bx - c \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -8 \end{cases} \Rightarrow \frac{c - \lambda a + b}{2b} = \frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل نمودار) (متوسط)

۱۶- گزینه «۱» - تابع $f(x-1)$ دو صفر ۴ و -۱ دارد. پس:

$$\begin{cases} f(f-1) = 0 \Rightarrow f(3) = 0 \\ f(-1-1) = 0 \Rightarrow f(-2) = 0 \end{cases}$$

بنابراین تابع $f(x)$ محور x ها را در ۳ و -۲ قطع می کند.

پس تابع $f(2x)$ محور x ها را در $\frac{3}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ قطع می کند.

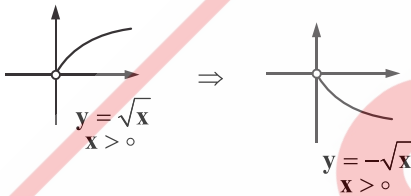
$$a+b = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل نمودار) (متوسط)

۱۷- گزینه «۲» - دامنه تابع $2f(x+1)$ برابر $(0, 3)$ و برد آن $[4, 6)$ خواهد بود. (نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل تابع) (آسان)

۱۸- گزینه «۲» - دامنه این تابع $x > 0$ است.

$$x > 0 \Rightarrow y = -\sqrt{x}$$



(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل نمودار) (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» -

$$D_{f(x)} = [-2, 1] \Rightarrow D_{f(-x)} = [-1, 2]$$

$$D_{f(x)+f(-x)} = D_{f(x)} \cap D_{f(-x)} = [-1, 1]$$

$$y = f(x) + f(-x) = -2x + 2x = 0$$

ضابطه تابع $f(x)$ در بازه $[-1, 1]$ به صورت $f(x) = -2x$ است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل نمودار) (دشوار)

۲۰- گزینه «۱» - ضابطه $f(x)$ به صورت $f(x) = a(x+1)(x-5)$ فرض می کنیم.

$$f(0) = 1 \Rightarrow -5a = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{5} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{5}(x+1)(x-5)$$

راس سهمی $f(x)$ به صورت $(2, \frac{9}{5})$ خواهد بود.

فرایند ساخت g از روی f به صورت زیر است.

$$f(x) \longrightarrow f(2x) \longrightarrow 2f(2x) \longrightarrow -2f(2x) \longrightarrow 1-2f(2x)$$

$$(2, \frac{9}{5}) \longrightarrow (1, \frac{9}{5}) \longrightarrow (1, \frac{18}{5}) \longrightarrow (1, -\frac{18}{5}) \longrightarrow (1, -\frac{13}{5})$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - تابع - تبدیل نمودار) (دشوار)