

۱- گزینه «۲» - با توجه به این که  $y = 2\sin^2 x - 1 = -(1 - 2\sin^2 x) = -\cos 2x$ ، پس در مرحله اول باید نمودار  $y = -\cos 2x$  را نسبت به محور  $x$ ها قرینه کنیم تا نمودار  $y = \cos 2x$  به دست آید. در مرحله دوم با انبساط افقی با ضریب ۲ آن را به نمودار  $y = \cos x$  تبدیل می‌کنیم و در آخر آن را  $\frac{\pi}{3}$  واحد به راست منتقل می‌کنیم تا نمودار  $y = \cos(x - \frac{\pi}{3})$  به دست آید.

(جعفری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تبدیل نمودار توابع)

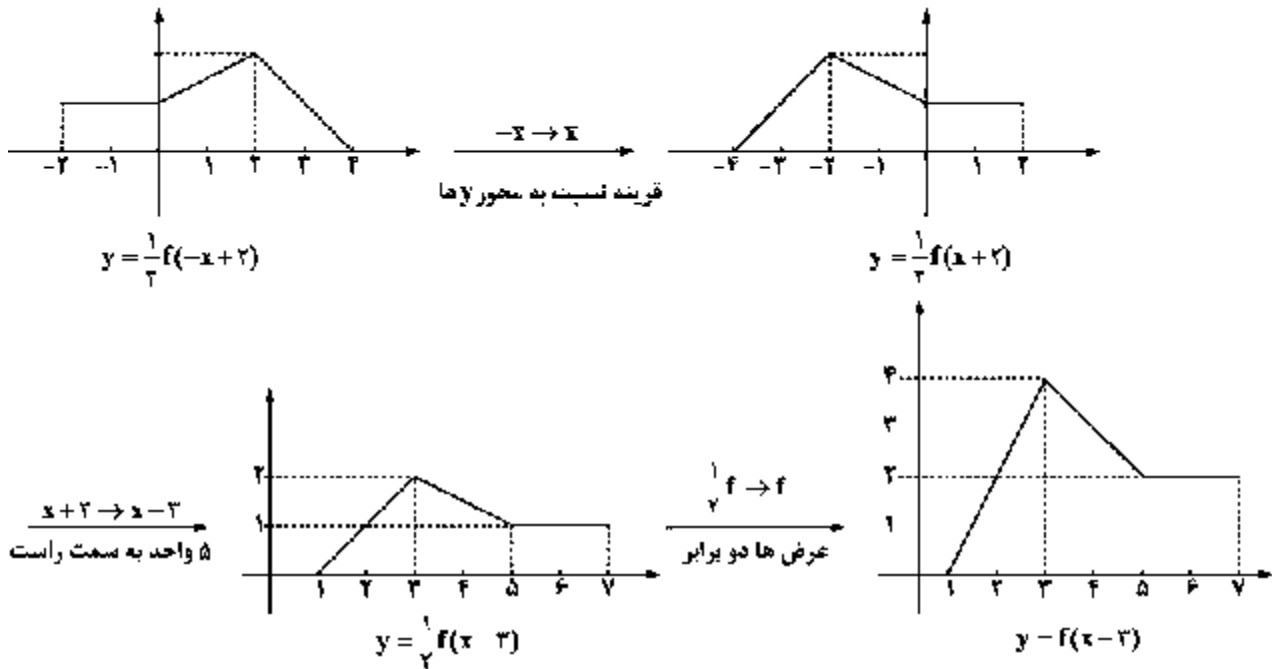
۲- گزینه «۴» -

$$y = \log_7 \sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{سه واحد به چپ}} y = \log_7 \sqrt{x+4} \xrightarrow{\text{دو واحد پایین}} y = \log_7 \sqrt{x+4} - 2$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ها}} y = -(\log_7 \sqrt{x+4} - 2) \Rightarrow y = -\log_7 \sqrt{x+4} + 2$$

(جعفری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تبدیل نمودار توابع)

۳- گزینه «۲» -



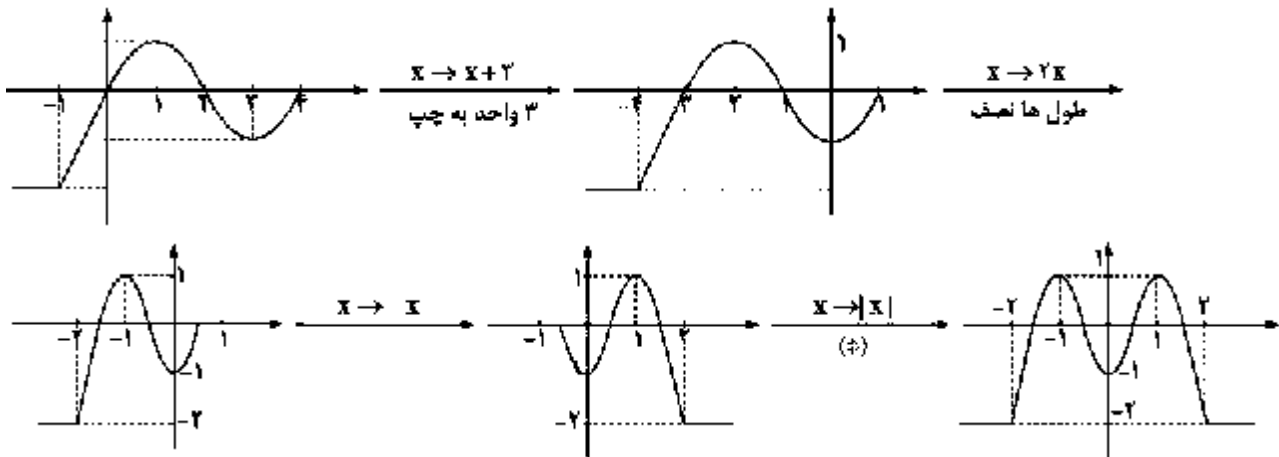
(جعفری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تبدیل نمودار توابع)

۴- گزینه «۴» -

$$-3 \leq x < 6 \Rightarrow -12 < -2x \leq 6 \Rightarrow -11 < -2x+1 \leq 7 \Rightarrow -11 < -x+2 \leq 7 \Rightarrow -13 < -x \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x < 13$$

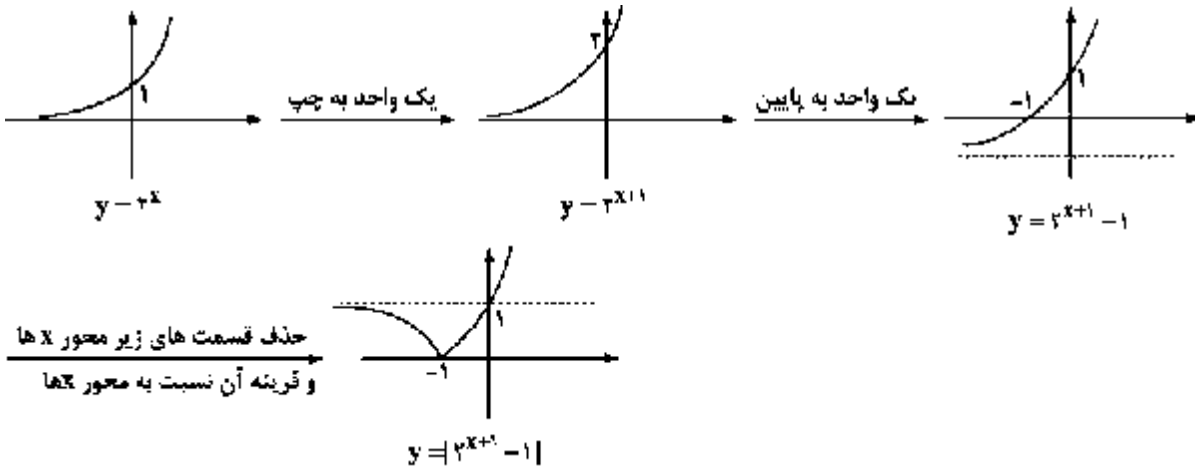
(جعفری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تبدیل نمودار تابع)

۵- گزینه «۱» -



(\*) برای رسم نمودار  $y = f(|x|)$  به کمک نمودار  $y = f(x)$ ، ابتدا قسمت‌های سمت چپ محور  $y$ ها را حذف می‌کنیم و سپس قرینه قسمت راست محور  $y$ ها را نسبت به محور  $y$ ها رسم کنیم. (جعفری) (سال دوازدهم - فصل اول - درس اول - تبدیل نمودار توابع)

$$y = \sqrt{2^{2x+2} - 2^{x+2} + 1} = \sqrt{2^{2(x+1)} - 2^{x+1} + 1} = \sqrt{(2^{x+1})^2 - 2(2^{x+1}) + 1} = \sqrt{(2^{x+1} - 1)^2} = |2^{x+1} - 1|$$



(جعفری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تبدیل نمودار توابع)

$$y = f\left(-\frac{x}{2} + 1\right) \xrightarrow{x \rightarrow -x} f\left(\frac{x}{2} + 1\right) \xrightarrow{x \rightarrow 2x} f(x+1) \xrightarrow{x \rightarrow x-1} f(x)$$

$$(-1, 2) \xrightarrow{\text{طول قرینه}} (1, 2) \xrightarrow{\text{طول نصف}} \left(\frac{1}{2}, 2\right) \xrightarrow{\text{طول به اضافه یک}} \left(\frac{3}{2}, 2\right)$$

(جعفری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تبدیل نمودار توابع)

۸- گزینه «۳» - با توجه به نمودار تابع  $f$ ، دامنه تابع  $[-2, 3]$  است. بنابراین:

$$-2 \leq 2 - \sqrt{x} < 3 \Rightarrow -4 \leq -\sqrt{x} < 1 \Rightarrow -1 < \sqrt{x} \leq 4 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x} \leq 4 \Rightarrow 0 \leq x \leq 16$$

(جعفری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تبدیل نمودار تابع)

$$-1 < 2f(x) - 1 \leq 4 \Rightarrow 0 < 2f(x) \leq 5 \Rightarrow 0 < \frac{1}{2}f(x) \leq \frac{5}{4} \Rightarrow -1 < \frac{1}{2}f(x) - 1 \leq \frac{1}{4} \Rightarrow -1 < \frac{1}{2}f(x+1) - 1 \leq \frac{1}{4}$$

(جعفری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - تبدیل نمودار توابع)

۱۰- گزینه «۱» - با توجه به نمودار داریم:

$$D_f = \mathbb{R}, D_{g \circ f} = [-5, 7]$$

بنابراین:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in D_g\} = [-5, 7] \Rightarrow D_g = [-6, 0]$$

(جعفری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس چهارم - ترکیب توابع)

$$\text{الف) } f(x) = \sqrt{9 - x^2} = \sqrt{(3-x)(3+x)} = \sqrt{3-x}\sqrt{3+x} = g(x)$$

$$D_f = D_g = [-3, 3] \Rightarrow f = g$$

$$\text{ب) } f(x) = x^2, g(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) \neq g(x) \Rightarrow f \neq g$$

$$\text{پ) } f(x) = 1, g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow D_f = D_g = \mathbb{R} \Rightarrow f = g$$

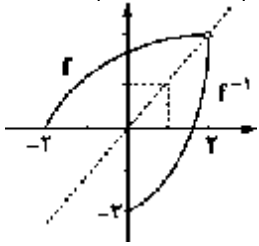
(ت) با یک مثال نقض نشان می‌دهیم که  $f \neq g$ :

$$\sqrt{|x-2|} = 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} |x-2| = 1 \Rightarrow 1 \leq x-2 < 2 \Rightarrow 3 \leq x < 4$$

$$[\sqrt{x-2}] = 1 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{x-2} < 2 \xrightarrow{\text{توان } 2} 1 \leq x-2 < 4 \Rightarrow 3 \leq x < 6$$

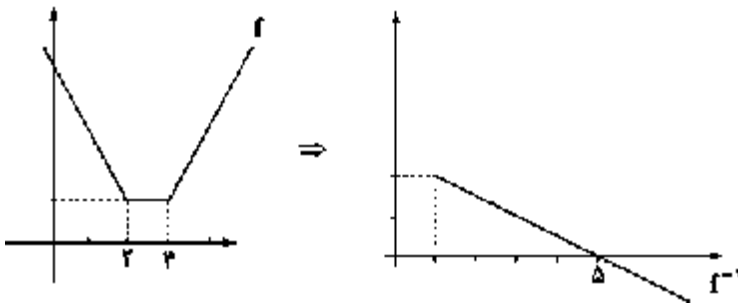
همین نشان می‌دهد که توابع  $f$  و  $g$  مساوی نیستند. (جعفری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس اول - تساوی دو تابع)

$$f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{2-x}} = \frac{\sqrt{2-x}\sqrt{2+x}}{\sqrt{2-x}} = \sqrt{2+x}, D_f = \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x < 2 \end{cases} \Rightarrow D_f = [-2, 2)$$



(جعفری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم - وارون تابع)

۱۳- گزینه «۴» - نمودار تابع f را رسم می کنیم:



برای اینکه وارون f از ناحیه چهارم بگذرد، باید  $x \leq 2$  باشد. بنابراین:

$$\xrightarrow{x \leq 2} f(x) = -x + 2 + 3 - x = 5 - 2x \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

اگر  $f^{-1}$  فقط از ناحیه چهارم بگذرد، داریم:

$$\xrightarrow{f^{-1}(x) \leq 0} -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \leq 0 \Rightarrow x \geq 5$$

(جعفری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم - وارون تابع)

۱۴- گزینه «۱» -

$$f(1) = 2, g(1) = 4, f^{-1}(g^{-1}(1)) = f^{-1}(5) = 2 \Rightarrow \frac{f+g}{f^{-1}og^{-1}}(1) = \frac{6}{2} = 3$$

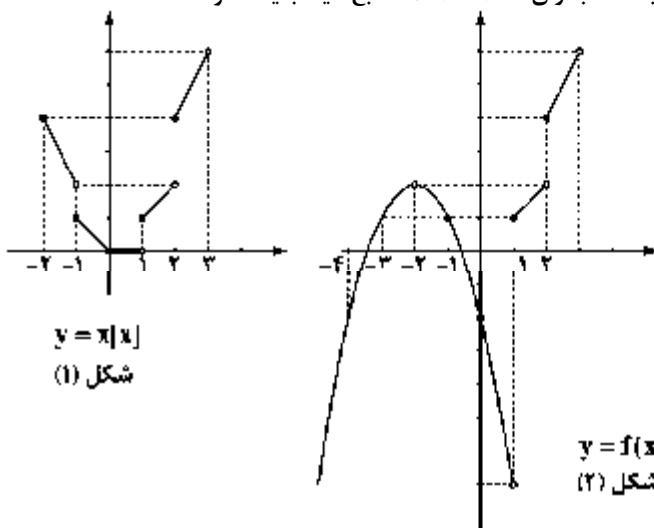
$$f(2) = 5, g(2) = 3, f^{-1}(g^{-1}(2)) = f^{-1}(4) = 3 \Rightarrow \frac{f+g}{f^{-1}og^{-1}}(2) = \frac{8}{3}$$

وجود ندارد  $g(3) = 4$

$$f(4) = 1, g(4) = 2, f^{-1}(g^{-1}(4)) = f^{-1}(1) = 4 \Rightarrow \frac{f+g}{f^{-1}og^{-1}}(4) = \frac{3}{4}$$

(جعفری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم و چهارم - وارون تابع و اعمال روی توابع)

۱۵- گزینه «۳» - با توجه به این که تابع  $y = x|x|$  به ازای  $0 \leq x < 1$  تابع ثابت و غیر یک به یک است، کمترین مقدار a باید ۱ باشد تا به ازای  $x \geq 1$  تابع y، یک به یک شود. (شکل ۱) و با توجه به شکل (۲)، باید  $b = -3$  باشد تا به ازای  $-4 < x < -3$  تابع f یک به یک شود.



$y = x|x|$   
شکل (۱)

$y = f(x) = x^2 \quad 4x \quad 2 = (x+2)^2 + 2$   
شکل (۲)

(جعفری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم - توابع یک به یک)

۱۶- گزینه «۴» - با توجه به نمودار داده شده، ضابطه آن  $y = (x+1)^2 - 4 = x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$  است. از طرف دیگر:  $y = (x+1)^2 - 4 = x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$  در بین گزینه‌ها، فقط در گزینه «۴»،  $f(x) = x-1$  و  $g(x) = x+3$  است. (جعفری) (پایه دهم - فصل دوم - درس چهارم - اعمال روی توابع)

۱۷- گزینه «۳» -

$$(3, m), (3, m^2 - 6) \Rightarrow m = m^2 - 6 \Rightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Rightarrow m = -2, m = 3$$

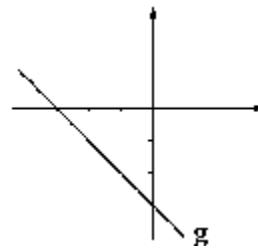
$$\xrightarrow{m=-2} \{(3, -2)(-2, 4)(3, -2)(-2, -2)\}$$

(۳، ۴) و (-۲، -۲) دارای مؤلفه‌های اول یکسان، اما مؤلفه‌های دوم متفاوت است، بنابراین رابطه تابع نیست.

$$\xrightarrow{m=3} \{(3, 3)(3, 4)(3, 3)(-2, 3)\}$$

مجدداً به دلیل وجود (۳، ۴) و (۳، ۳) این رابطه هم تابع نخواهد بود. (جعفری) (پایه دهم - فصل پنجم - درس اول - مفهوم تابع)

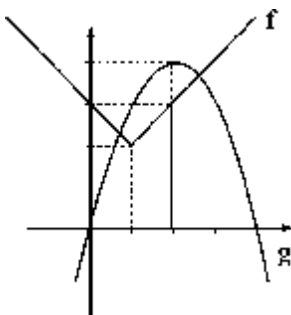
۱۸- گزینه «۱» -  $f$  تابع همانی است، بنابراین  $f(3) = 3$  و  $f(6) = 6$



(جعفری) (پایه دهم - فصل پنجم - درس سوم - انواع تابع)

۱۹- گزینه «۲» - نمودار دو تابع را با هم رسم می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{f(6)}{f(3)} = a+3 \Rightarrow \frac{6}{3} = a+3 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow g(x) = -x - 3$$



همان‌طور که می‌بینیم دو تابع در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند. (جعفری) (پایه دهم - فصل پنجم - درس سوم - رسم برخی توابع به کمک انتقال)

۲۰- گزینه «۳» - اگر قاعده مثلث را با  $x$  نشان دهیم، داریم:

$$x = h + 2$$

$$s = \frac{1}{2}xh = \frac{1}{2}(h+2)h = \frac{1}{2}(h^2 + 2h) \Rightarrow 2s = (h+1)^2 - 1 \Rightarrow h = \sqrt{2s+1} - 1$$

(جعفری) (پایه دهم - فصل پنجم - درس دوم - نمایش جبری تابع)