

حسابان

۱- اگر دو تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}$ و $g(x) = \frac{x^2}{2} + a + (\frac{x^2}{3} - b)^{10}$ با هم برابر باشند، مقدار ab کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۲- اگر دامنه تابع گویای $f(x) = \frac{(m-1)\sqrt{x+x-1}}{kmx^2 - 3x - 1}$ به صورت $\mathbb{R} - \{P\}$ باشد، مقدار P کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $-\frac{9}{4}$

۳- برد تابع $y = [x]\sqrt{x} + ([x]-1)x^2$ در بازه $[0, 2]$ چگونه است؟

- (۱) $(-1, \sqrt{2})$ (۲) $(-1, 0) \cup (1, \sqrt{2})$ (۳) $(-1, 0] \cup [1, \sqrt{2})$ (۴) $(-1, 0] \cup [1, \sqrt{2})$

۴- اگر مجموع ده جمله اول دنباله $t_n = \begin{cases} \left[\frac{-1}{n^2+1}\right] + a & \text{زوج } n \\ (1-(-1)^n)\left[\frac{(-1)^n}{n}\right] & \text{فرد } n \end{cases}$ برابر ۲ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $3/6$ (۲) 6 (۳) 4 (۴) $4/2$

۵- کدام تابع زیر یک به یک است؟

- (۱) $y = |x| - 2x - 1$ (۲) $y = |2x| - x - 1$ (۳) $y = x^2 - 6x$ (۴) $y = |3x - 1|$

۶- وارون تابع $f(x) = |x| + 2x + 1$ کدام است؟

- (۱) $\begin{cases} x-1 & x \geq 1 \\ \frac{x-1}{3} & x < 1 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} \frac{x-1}{3} & x \geq 1 \\ \frac{x-1}{2} & x < 1 \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} \frac{x-1}{3} & x \geq 1 \\ x-1 & x < 1 \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} \frac{x+1}{3} & x \geq 1 \\ x+1 & x < 1 \end{cases}$

۷- اگر $f = \{(1, 1), (2, -1), (3, 2)\}$ و $g(x) = \frac{4x-1}{x-1}$ باشد، مجموع مقادیر برد تابع $(f+g)(x)$ کدام است؟

- (۱) 12 (۲) 13 (۳) $12/5$ (۴) $13/5$

۸- اگر نقطه $A(1-a, 2a+1)$ روی تابع $y = f(x-1) - 1$ قرار گیرد، آن گاه کدام نقطه روی تابع $g(x) = 1 - f(\frac{x}{2})$ قرار می گیرد؟

- (۱) $(a, 2a)$ (۲) $(-a, 2a+2)$ (۳) $(-a, -1-2a)$ (۴) $(-2a, -1-2a)$

۹- اگر دامنه تابع $y = 1 - f(x-1)$ برابر $[-1, \frac{2}{3}]$ باشد، دامنه تابع $g(x) = x + f(\frac{x}{3})$ کدام است؟

- (۱) $[0, \frac{5}{6}]$ (۲) $[0, \frac{1}{3}]$ (۳) $[0, \frac{15}{2}]$ (۴) $[-6, \frac{3}{2}]$

۱۰- تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ را ابتدا یک واحد به سمت راست انتقال می دهیم، سپس طول نقاط را نصف می کنیم مجموع طول های نقاط برخورد منحنی حاصل با تابع $f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{14}$ (۲) $\frac{17}{15}$ (۳) $\frac{22}{15}$ (۴) $\frac{32}{15}$

۱۱- تابع $f(x) = x - |x - 2|$ را دو واحد به سمت چپ در راستای محور x ها منتقل می کنیم تا تابع $g(x)$ به دست آید. تابع $g(x)$ از کدام ناحیه مختصات عبور نمی کند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۲- اگر برد سهمی $y = -mx^2 - x - 4$ برابر $[-\frac{31}{8}, -\infty)$ باشد، محور تقارن سهمی $y = x^2 + \frac{m+6}{2}x - m$ کدام است؟

- (۱) $x = 2$ (۲) $x = 1$ (۳) $x = -1$ (۴) $x = -2$

۱۳- اگر تابع $f(x) = (2a+1)x^2 + ax + x^2 - 1$ یک تابع خطی باشد، آنگاه کدام تابع زیر ثابت است؟

- (۱) $f(x) + 2x$ (۲) $f(x) + x$ (۳) $f(x) - x$ (۴) $-f(x) + x$

۱۴- اگر دو زوج مرتب $(x + \sqrt{y-3}, x^2)$ و $(2, \sqrt{y-3})$ با هم برابر باشند، مقدار xy کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۴ (۳) ۳۸ (۴) -۳۸

۱۵- تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را به ترتیب تغییرات زیر را انجام می‌دهیم:

(الف) انتقال افقی دو واحد به سمت راست

(ب) قرینه نسبت به محور x ها

(پ) انتقال عمودی سه واحد به سمت بالا

سپس تابع به دست آمده را با خط $y = 2x - 1$ قطع می‌دهیم. محل برخورد آن‌ها تا مبدا مختصات چه فاصله‌ای دارد؟

- (۱) $\sqrt{11}$ (۲) $\sqrt{12}$ (۳) $\sqrt{13}$ (۴) $\sqrt{14}$

۱۶- اگر دو تابع $f(x) = -x^3$ و $g(x) = \sqrt{x+a}$ در یک نقطه با طول منفی متقاطع باشند، حدود a کدام است؟

- (۱) $a > 0$ (۲) $a < 0$ (۳) $a \leq 0$ (۴) $a \geq 0$

۱۷- اگر $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ و $g(x) = 2x-1$ باشد در کدام بازه نمودار $f \circ g(x)$ بالای محور x ها قرار می‌گیرد؟

- (۱) $(0, \frac{1}{2})$ (۲) $(-1, \frac{1}{2})$ (۳) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (۴) $(0, \frac{3}{2})$

۱۸- اگر $g(x) = \frac{1-x}{1+x}$ و داشته باشیم $f^2(x)(f \circ g)(x) = 1+x^2$ مقدار $f(0)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ (۳) $\sqrt[3]{4}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

۱۹- اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشد نمودار تابع $h(x) = (f \circ g)(x) + (g \circ f)(x)$ کدام است؟



۲۰- با توجه به دستگاه ترکیبی مقابل بزرگ‌ترین عددی که ورودی و خروجی یکسان دارند کدام است؟



- (۱) $2 - \sqrt{2}$
 (۲) $2 + \sqrt{2}$
 (۳) $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$
 (۴) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$