

۱- گزینه «۳» -

$$AB = \begin{bmatrix} a & 3 \\ a & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b & -3 \\ -1 & 2a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ab-3 & 3a \\ ab-2 & a \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} b & -3 \\ -1 & 2a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 3 \\ a & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ab-3a & 3b-6 \\ 2a^2-a & 2a-3 \end{bmatrix}$$

$$AB = BA \Rightarrow \begin{cases} ab-3 = ab-3a \\ 3a = 3b-6 \\ ab-2 = 2a^2-a \\ 2a-3 = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow ab=3$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۲- گزینه «۲» -

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 \\ 1 \\ 2x \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 & 0 & 8 \\ 1 & 1 \\ 2x \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow -2x^2 + 16x = 0 \xrightarrow{x \neq 0} x = 8$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^{1402} = I$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (آسان)

۴- گزینه «۴» -

$$A^2 = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = 4I$$

$$A^5 = A^2 A^2 A = (4I)(4I)A = 16A = \begin{bmatrix} 64 & -32 \\ 96 & -64 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها برابر ۶۴ است. (نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۵- گزینه «۱» -

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ x+1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ x+1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2x-1 & -6 \\ 3x+3 & -2x+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & x \\ b & c \end{bmatrix} \Rightarrow x = -6 \Rightarrow \begin{cases} a=11 \\ b=-15 \\ c=14 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=10$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} 7b_1 - 2b_2 = b_1 \\ 7b_1 + xb_2 = b_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6b_1 = 2b_2 \\ 2b_1 = (1-x)b_2 \end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{6}{2} = \frac{2}{1-x} \Rightarrow 3 = \frac{2}{1-x} \Rightarrow 3-3x=2 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 6 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 6 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 13 & 7 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 2 & 0 & 7 \\ 7 & 0 & 20 \end{bmatrix}$$

مجموع عناصر ماتریس A برابر ۴۶ است. (نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۸- گزینه «۱» -

$$\begin{bmatrix} x & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \\ y & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x-2+4y & -2x+16 \\ y+7 & 0 \end{bmatrix}$$

برای آن که این ماتریس قطری باشد باید:

$$\begin{cases} y+7=0 \Rightarrow y=-7 \\ -2x+16=0 \Rightarrow x=8 \end{cases} \Rightarrow x+y=1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (آسان)

۹- گزینه «۳» - الف) جمله «همه اعداد صحیح مثبت اند» نادرست است زیرا مثال نقض (مثلاً ۲-) دارد.

ب) مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی محدب 360° است.

پ) به ازای $n = 41$ عبارت $n^2 + n + 41$ عددی مرکب است. زیرا:

$$41^2 + 41 + 41 = 41^2 + 2 \times 41 = 41 \times 43$$

(نصیری) (پایه دهم - استدلال - مثال نقض) (متوسط)

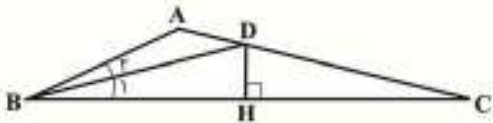
۱۰- گزینه «۲» -

$$(n-2) \times 180 = 1800 \Rightarrow n-2 = 10 \Rightarrow n = 12$$

(نصیری) (پایه دهم - استدلال - مثال نقض) (آسان)

۱۱- گزینه «۳» - با معلوم بودن قطرهای متوازی الاضلاع بی‌شمار متوازی الاضلاع می‌توان رسم کرد. اما با معلوم بودن قطر مربع یا قطرهای لوزی فقط یک شکل می‌توان رسم کرد. (نصیری) (پایه دهم - ترسیم‌های هندسی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» -



$$(BD \text{ نیم‌ساز}) \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2$$

$$(DH \text{ عمودمنصف}) \Rightarrow BD = DC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}$$

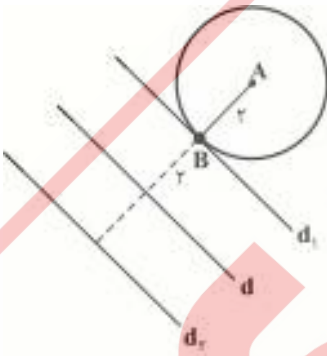
از روابط بالا نتیجه می‌گیریم که $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{C}$. در مثلث ABC داریم:

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{C} + \hat{A} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{C}} 3\hat{C} + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 3\hat{C}$$

(نصیری) (پایه دهم - ترسیم‌های هندسی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» - مکان هندسی نقاطی که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی‌متر باشند دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ است و همچنین مکان هندسی

نقاطی که از خط d به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد دو خط d_1 و d_2 موازی با d و به فاصله ۲ سانتی‌متر از آن است. مکان‌های مشترک نقطه B خواهد بود.



(نصیری) (پایه دهم - ترسیم‌های هندسی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» - بی‌شمار مستطیل وجود دارد که قطرهای آن ۴ باشد. (نصیری) (پایه دهم - ترسیم‌های هندسی) (آسان)