هندسه ۳

۱- گزینه «۳» ـ

$$\text{ستون دوم ماتریس } A = \begin{bmatrix} ۱^۲+۳(۲) \\ ۲^۲+۳(۲) \\ ۳^۲+۳(۲) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۷ \\ ۱۰ \\ ۱۵ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{ مجموع درایه‌های ستون دوم } = ۷+۱۰+۱۵ = ۳۲$$

(فیروزی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ ماتریس)

۲- گزینه «۱» ـ

$$AB = \begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۵ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & ۴ \\ a & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶+۵a & ۸+۵b \\ ۱۵+۲a & ۲۰+۲b \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} ۳ & ۴ \\ a & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۵ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶+۲۰ & ۱۵+۸ \\ ۲a+۵b & ۵a+۲b \end{bmatrix}$$

$$AB = BA \Rightarrow \begin{cases} ۶+۵a = ۲۶ \Rightarrow a = ۴ \\ ۸+۵b = ۲۳ \Rightarrow b = ۳ \\ ۱۵+۲a = ۲a+۵b \Rightarrow b = ۳ \\ ۵a+۲b = ۲b+۲۰ \Rightarrow a = ۴ \end{cases} \Rightarrow a = ۴ , b = ۳ \Rightarrow a+b = ۷$$

(فیروزی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ ضرب و تساوی ماتریس‌ها)

۳- گزینه «۱» ـ

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix} = ۲I$$

$$A^{۱۰} = (A^۲)^۵ = (۲I)^۵ = ۳۲I$$

(فیروزی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ ضرب ماتریس‌ها)

۴- گزینه «۲» ـ

$$(A-B)(A+B) = A^۲ + AB - BA - B^۲ = A^۲ + AB - (-AB) - B^۲ = A^۲ + ۲AB - B^۲$$

(فیروزی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ ضرب ماتریس‌ها)

۵- گزینه «۲» ـ

$$A^۲ + A + I = O \Rightarrow (A-I)(A^۲+A+I) = O \Rightarrow A^۳ - I = O \Rightarrow A^۳ = I \Rightarrow A^{۵۲} = (A^۳)^{۱۷} \times A = I \times A = A$$

(فیروزی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ ضرب ماتریس‌ها)

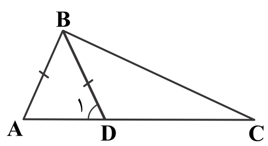
۶- گزینه «۱» ـ نکته: توان سوم ماتریس به فرم $\begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ a & ۰ & ۰ \\ b & c & ۰ \end{bmatrix}$ برابر ماتریس صفر است، پس $A^۴ = O$. (فیروزی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ ضرب ماتریس‌ها)

۷- گزینه «۴» ـ

$$C = ۲A - ۳B = \begin{bmatrix} ۴ & -۸ \\ -۳ & ۱۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{ مجموع درایه‌های } C = ۴ + (-۸) + ۱۱ + (-۳) = ۱۵ - ۱۱ = ۴$$

(فیروزی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ اعمال روی ماتریس‌ها)

۸- گزینه «۱» ـ



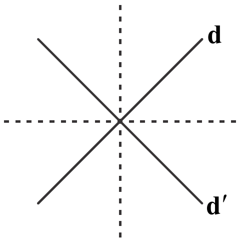
$$\left.\begin{array}{l} B\overset{\Delta}{D}C : \widehat{D}_۱ > \widehat{C} \\ A\overset{\Delta}{B}D : AB = BD \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{D}_۱ \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{A} > \widehat{C} \xrightarrow{\text{زاویه برتر}} BC > AB$$

(فیروزی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ قضیه زاویه برتر)

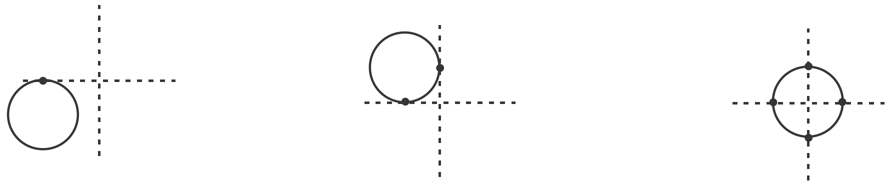
۹- گزینه «۴» ـ نقاط A، B و C وسط‌های اضلاع مثلث $\overset{\Delta}{MNE}$ هستند، بنابراین ارتفاع‌های مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ عمود منصف‌های مثلث $\overset{\Delta}{MNE}$ می‌باشند.

(گروه مؤلفان علوی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ استدلال استنتاجی)

۱۰- گزینه «۴» ـ نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع به یک فاصله‌اند، نقاط روی نیمسازهای دو خط متقاطع می‌باشند.



حال برای به‌دست آوردن جواب سوال، دایره را با شکل فوق تلاقی می‌دهیم البته طوری تلاقی می‌دهیم که با نیمسازها تلاقی داشته باشند، نیازی به رسم d و d' نداریم:



۱ جواب ۲ جواب ۴ جواب

توجه: برای هر کدام از این حالت‌ها (یعنی یک جواب یا دو جواب یا ۴ جواب) می‌توان شکل‌های دیگری نیز رسم کرد.

(کتاب همراه علوی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ ترسیم)

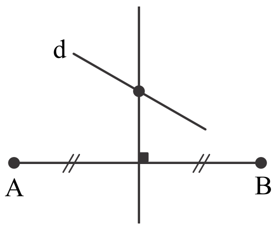
۱۱- گزینه «۴» ـ این جمله با مثال نقض رد می‌شود. (سراسری داخل کشور ریاضی ـ ۷۸) (پایه دهم ـ فصل اول ـ قضیه دوشرطی)

۱۲- گزینه «۱» ـ می‌دانیم در هر مثلث، مجموع طول هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگ‌تر است، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} ۶x+(x+۷)>۴x-۴ \Rightarrow ۷x+۷>۴x-۴ \Rightarrow ۳x>-۱۱ \Rightarrow x>\frac{-۱۱}{۳} \\ ۶x+(۴x-۴)>x+۷ \Rightarrow ۱۰x-۴>x+۷ \Rightarrow ۹x>۱۱ \Rightarrow x>\frac{۱۱}{۹} \\ (x+۷)+(۴x-۴)>۶x \Rightarrow ۵x+۳>۶x \Rightarrow x<۳ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{۱۱}{۹}<x<۳$$

لازم به ذکر است که طول هر ضلع مثلث باید عددی مثبت باشد. به‌عنوان مثال برای ضلع به طول $۴x-۴$ باید داشته باشیم $x>۱$، که با انتخاب بازه مذکور این مسأله نیز رعایت شده است. (سراسری داخل کشور ریاضی ـ ۸۲) (پایه دهم ـ فصل اول ـ قضیه وجود مثلث)

۱۳- گزینه «۲» ـ نقاطی از صفحه که از نقاط A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط AB می‌باشد و جواب مسأله محل تلاقی عمودمنصف AB و خط d است که یک نقطه می‌باشد.



(گروه مؤلفان علوی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ ترسیم)