

ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۴» - اعداد ۲, ۴, ۸, ۱۶, ۳۲, ۶۴, ... یعنی 2^n ها را نمی توان به صورت جمع اعداد طبیعی متوالی نوشت.

با توجه به نکته فوق عدد ۶۴ که برابر 2^6 می باشد را نمی توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متوالی نوشت، حال سه گزینه دیگر را بررسی می کنیم:

$$\text{گزینه «۱»}: 40 = 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$\text{گزینه «۲»}: 46 = 10 + 11 + 12 + 13$$

$$\text{گزینه «۳»}: 56 = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 \quad (\text{ریاضیات گسسته - درس اول - مثال نقض})$$

۲- گزینه «۱» - زیرا عدد گویای صفر را در هر عدد گنگ ضرب کنیم صفر می شود.

(گروه مؤلفان علوی) (ریاضیات گسسته - درس اول - مثال نقض)

۳- گزینه «۳» - این نامساوی به ازای $n \geq 7$ برقرار است، اما برای $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ درست نیست، پس در مجموعه اعداد طبیعی ۶ مثال

نقض دارد. (فیروزی) (ریاضیات گسسته - درس اول - مثال نقض)

۴- گزینه «۱» - برای رد این گزینه کافی است عدد $a = 1$ را در نظر بگیریم که توان دوم آن ۱ و توان سوم آن ۱ بوده و در نتیجه توان دوم آن برابر

توأم سوم آن می باشد. (کتاب همراه علوی) (ریاضیات گسسته - درس اول - مثال نقض)

۵- گزینه «۴» - با استدلال ثابت می شود.

گزینه «۱» به ازای $a = 0$ رد می شود.

گزینه «۲» به ازای $n = 41$ رد می شود. گزینه «۳» با $x = 1$ رد می شود، گزینه «۴» با استدلال اثبات می شود.

(فیروزی) (ریاضیات گسسته - درس اول - مثال نقض و اثبات درستی)

۶- گزینه «۳» - با اثبات مستقیم اثبات می شود:

$$(2k+1) + 1 = 2k + 2 = 2(k+1) = 2q$$

(گروه مؤلفان علوی) (ریاضیات گسسته - درس اول - برهان خلف)

۷- گزینه «۴» -

$$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 - xy - x - y \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2 - 2xy - 2x - 2y \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0 \quad \text{بدیهی است:}$$

(فیروزی) (ریاضیات گسسته - درس اول - اثبات به روش بازگشتی)

۸- گزینه «۳» - برای این که این رابطه بازگشتی باشد، باید $a \in \mathbb{R}^+$ باشد. (فیروزی) (ریاضیات گسسته - درس اول - اثبات به روش بازگشتی)

۹- گزینه «۱» - با مثال نقض رد می شود:

$$ab = \text{زوج} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2 + 1 = 3 \neq 2$$

بقیه گزینه ها را می توان اثبات کرد. (فیروزی) (ریاضیات گسسته - درس اول - اثبات مستقیم)

۱۰- گزینه «۲» - (فیروزی) (ریاضیات گسسته - درس اول - برهان خلف)

۱۱- گزینه «۲» - (گروه مؤلفان علوی) (ریاضیات گسسته - درس اول - برهان خلف)

۱۲- گزینه «۳» - (فیروزی) (ریاضیات گسسته - درس اول - برهان خلف)