

ریاضیات گسسته

۱- کدام گزاره مثال نقض ندارد؟

- (۱) مجموع هر دو عدد مرکب عددی مرکب است.
 (۲) مجموع هر دو عدد اول، عددی اول است.
 (۳) حاصل ضرب هر دو عدد طبیعی عددی مرکب است.
 (۴) حاصل ضرب هر دو عدد اول عددی مرکب است.

۲- کدام گزینه مثال نقض دارد؟

- (۱) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن گاه $4k + 1$ مربع کامل است.
 (۲) مجموع هر دو عدد گویا عددی گویا است.
 (۳) عدد $2^{2^n} + 1$ به ازای همه عددهای طبیعی n ، عددی اول است.
 (۴) میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.

۳- کدام گزینه درست است؟

(۱) برای هر عدد حقیقی a ، $a + \frac{1}{a} \geq 2$

(۲) برای هر دو عدد حقیقی مخالف صفر x و y ، $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$

- (۳) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ یک زیرمجموعه از $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ است و $n \in S$ ، اگر $3^n + 2$ عددی اول باشد آن گاه $n \in A$.
 (۴) اگر α و β دو عدد گنگ باشند $\alpha + 2\beta$ گنگ است.

۴- یکی از مثال‌های نقض برای حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل از اعداد طبیعی نوشت» کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

۵- روش استدلال در کدام یک از گزاره‌های زیر با بقیه فرق دارد؟

(۱) اگر x یک عدد گنگ باشد، آن گاه $\frac{1}{x}$ نیز گنگ است.

(۲) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته ولی g در $x = a$ ناپیوسته باشد، آن گاه $f + g$ در $x = a$ ناپیوسته است.

(۳) مربع هر عدد فرد طبیعی، از مضرب ۸ یک واحد بیشتر است.

(۴) از یک نقطه فقط یک خط موازی خط مفروض می‌توان رسم کرد.

۶- برای اثبات گزاره «اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ آن گاه $a = 0$ یا $b = 0$ » کدام روش استدلال مناسب تر است؟

- (۱) اثبات بازگشتی (۲) اثبات غیرمستقیم (۳) اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها (۴) اثبات مستقیم

۷- کدام هم‌ارزی زیر استدلال به کار رفته برای اثبات گزاره «برای هر عدد طبیعی n ، $9 - 5n + n^2$ عددی فرد است» را توجیه می‌کند؟

(۱) $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$ (۲) $(p \vee q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

(۳) $(p \wedge q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$ (۴) $(p \wedge q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

۸- چه تعداد از زوج‌های مرتب مانند (a, b) از اعداد صحیح با شرایط $100 \leq a, b \leq 100$ وجود دارد به طوری که تساوی $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برقرار باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۹۹ (۴) ۱۰۰

۹- کدام عدد کلیت حکم «اگر n عددی گنگ باشد، $4n^2 - 12n + 1$ نیز عددی گنگ است» را نقض می‌کند؟

(۱) صفر (۲) $\frac{\sqrt{5} + 3}{2}$ (۳) $\sqrt{2} + 3$ (۴) $\frac{\sqrt{3} - 2}{4}$

۱۰- کدام گزینه دو گزاره هم‌ارز را نشان نمی‌دهد؟ ($a, b \in \mathbb{R}$)

(۱) « $a < b$ » و « $a^3 < b^3$ » (۲) «۲ عددی فرد» و «۳ عددی مرکب»

(۳) « a مضرب ۴ است» و « a^2 مضرب ۴ است» (۴) « $a^2 + ab + b^2 \geq 0$ » و « $(a + \frac{b}{2})^2 + \frac{2b^2}{4} \geq 0$ »

۱۱- کدام عدد کلیت حکم «اگر عددی بر ۳ بخش پذیر باشد، آن‌گاه رقم یکان آن بر ۳ بخش پذیر است» را نقض می‌کند؟

(۱) ۳۳ (۲) ۳۷ (۳) ۲۷ (۴) ۶۰

۱۲- فرض کنید n عدد صحیح و p گزاره « $8n + 5$ عددی فرد است» باشد، کدام گزینه را می‌توان به جای Q قرار داد تا گزاره $p \Leftrightarrow Q$ یک گزاره درست باشد؟

(۱) $13n - 1$ عددی فرد است. (۲) $n^2 + n - 6$ عددی زوج است. (۳) $17n$ عددی فرد است. (۴) $n + 4$ عددی زوج است.

۱۳- اگر a و b دو عدد گنگ باشند، کدام گزینه همواره گنگ است؟

(۱) $2a - 3b$ (۲) a^b (۳) $\frac{a-1}{b}$ (۴) $\frac{6}{a}$

۱۴- a_1, a_2, \dots, a_n و b_1, b_2, \dots, b_n هم‌همان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته‌اند، اگر $A = (a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \dots (a_n - b_n)$ کدام گزینه درست است؟

(۱) A همواره زوج است. (۲) A به ازای n های فرد، زوج است.

(۳) اگر n زوج باشد، A فرد است. (۴) A همواره فرد است.

۱۵- اگر α عددی گویا و β عددی گنگ ولی $\alpha\beta$ گویا باشد، حاصل $\alpha^2 - 2\alpha^3\beta^2 + 2\alpha + 1$ کدام است؟

(۱) همواره صفر است. (۲) همواره عددی گنگ است. (۳) گاهی گویا و گاهی گنگ است. (۴) برابر ۱ است.