

ریاضیات گسسته

۱- چند تا از گزاره‌های زیر درست هستند؟

الف) «حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است.»

ب) «اگر K حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4K + 1$ مربع کامل نیست.»

پ) «برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول هست.»

ت) «برای هر دو عدد حقیقی x و y ، $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ »

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۲- کدامیک از ترکیب‌های دو شرطی زیر همواره درست است؟

۱) $a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$ (۱) ۲) $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$ (۲) ۳) $a = b \Leftrightarrow a^3 = b^3$ (۳) ۴) $a = b \Leftrightarrow a^2 - ab = 0$ (۴)

۳- چند تا از گزاره‌های زیر با برهان خلف اثبات می‌شود؟

الف) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

ب) حاصل جمع هر سه عدد طبیعی زوج، مضرب ۶ است.

پ) اگر مربع یک عدد طبیعی مضرب ۵ باشد، آن عدد مضرب ۵ می‌باشد.

۱) صفر (۱) ۲) ۱ (۲) ۳) ۲ (۳) ۴) ۳ (۴)

۴- هم‌ارزی $r \equiv (P_1 \Rightarrow r) \wedge (P_2 \Rightarrow r) \wedge \dots \wedge (P_n \Rightarrow r)$ کدام یک از روش‌های استدلال را توجیه می‌کند؟

۱) مثال نقض (۱) ۲) برهان خلف (۲) ۳) اثبات مستقیم (۳) ۴) اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها (۴)

۵- کدام عدد کلیت حکم «هر عدد اول به صورت $8K + 3$ است.» را نقض می‌کند؟

۱) ۱۱ (۱) ۲) ۹۱ (۲) ۳) ۴۳ (۳) ۴) ۵۳ (۴)

۶- چند تا از اعداد $\{71, 97, 101\}$ کلیت حکم «برای هر عدد طبیعی n ، عبارت $n^2 + n + 97$ عددی اول است.» را نقض می‌کند؟

۱) صفر (۱) ۲) یک (۲) ۳) دو (۳) ۴) سه (۴)

۷- در اثبات $x^2 + xy + y^2 \geq 0$ به روش بازگشتی گزاره همیشه درست کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) $(x + \frac{y}{2})^2 + \frac{3y^2}{4} \geq 0$ (۱) ۲) $(x + y)^2 + x^2 + y^2 \geq 0$ (۲) ۳) $(\frac{x}{2} + y)^2 + \frac{3x^2}{4} \geq 0$ (۳) ۴) $(x + y)^2 + 2x^2 + 2y^2 \geq 0$ (۴)

۸- کدامیک از نامساوی‌های زیر همواره برقرار نیست؟ (متغیرها همگی عضو اعداد حقیقی هستند.)

۱) $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$ (۱) ۲) $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$ (۲)

۳) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ (۳) ۴) $\frac{a^2 + b^2}{y} \geq \frac{ab}{x}$ (۴)

۹- در اثبات $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ، $a, b > 0$ به روش بازگشتی، گزاره همیشه درست کدام است؟

۱) $(a+b)^2 \geq 0$ (۱) ۲) $(2a-b)^2 \geq 0$ (۲) ۳) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ (۳) ۴) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \geq 0$ (۴)

۱۰- چند عدد طبیعی مانند n در بازه $[1, 100]$ وجود دارد که $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ عددی زوج شود؟

۱) ۴۸ (۱) ۲) ۴۹ (۲) ۳) ۵۰ (۳) ۴) ۵۱ (۴)

۱۱- چه تعداد از سه‌تایی مرتب‌هایی مانند (x, y, z) از اعداد صحیح با شرط $10 \leq z$ و y و $x \leq 10$ وجود دارد، به طوری که

تساوی $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + xz$ برقرار باشد؟

۱) ۲۰ (۱) ۲) ۲۱ (۲) ۳) ۶۰ (۳) ۴) ۶۱ (۴)