

ریاضیات گسسته

۱- a_1, a_2, a_3 و b_1, b_2, b_3 همان اعداد، به ترتیب دیگری هستند. حاصل $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ چگونه است؟
 (۱) عددی فرد است. (۲) عددی زوج است. (۳) صفر است. (۴) عددی اول است.

۲- فرض کنید A, B و C سه مجموعه دلخواه از مجموعه مرجع U باشند. کدام جفت از گزاره‌های داده شده هم‌ارز نیستند؟

(۱) $A \cap C = B \cap C, A = B$

(۲) $A \subseteq B, A - B = \emptyset$

(۳) $A \cap B = \emptyset, A - B = A$

(۴) $A \cup B = B, A \subseteq B$

۳- کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت» را نقض می‌کند؟

(۱) ۵۶ (۲) ۶۴ (۳) ۷۲ (۴) ۷۴

۴- هم‌ارزی $p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n \Rightarrow r \equiv (p_1 \Rightarrow r) \wedge (p_2 \Rightarrow r) \wedge \dots \wedge (p_n \Rightarrow r)$ کدام یک از روش‌های استدلال را توجیه می‌کند؟

(۱) مثال نقض (۲) برهان خلف (۳) اثبات مستقیم (۴) اثبات با در نظر گرفتن تمام حالت‌ها

۵- در پرتاب یک تاس، عدد a رو شده است. احتمال این که $a^2 - a$ بر ۳ بخش پذیر باشد چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۶- در اثبات حکم «اگر n عدد صحیح باشد، آن‌گاه n^2 بر ۲ بخش پذیر است یا $n + 3$ عددی زوج است» به روش برهان خلف، «فرض خلف» کدام است؟

(۱) n غیر صحیح است. (۲) n^2 بر ۲ بخش پذیر نیست یا $n + 3$ زوج نیست.

(۳) n^2 بر ۲ بخش پذیر نیست و $n + 3$ عددی فرد است. (۴) n^2 بر ۲ بخش پذیر است و $n + 3$ عددی فرد است.

۷- کدام گزاره درست نیست؟

(۱) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $(a-1)b = 0$ ، آن‌گاه $b = 0$ یا $a = 1$.

(۲) اگر $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $n + 3$ عددی اول باشد، آن‌گاه $n \in \{1, 2, 3\}$.

(۳) اگر a و b دو عدد صحیح باشند و $a + b$ عددی فرد باشد، آن‌گاه ab عددی زوج است.

(۴) اگر a و b دو عدد گویا باشند، آن‌گاه $a^2 - 4b$ نیز عددی گویا است.

۸- اثبات کدام حکم به روش برهان خلف صورت می‌گیرد؟

(۱) کوچک‌ترین عدد حقیقی مثبت وجود ندارد.

(۲) برای هر عدد حقیقی و مثبت مانند a ، $a + \frac{1}{a} \geq 2$.

(۳) اگر a برابر مجموع مربع‌های دو عدد صحیح باشند، $2a$ نیز برابر مجموع مربع‌های دو عدد صحیح است.

(۴) هر عدد فرد برابر تفاضل مربع‌های دو عدد صحیح است.

۹- اگر x و y دو عدد صحیح باشند، به‌ازای چند زوج (x, y) برابری $x^2 + y^2 = (x + y)^2$ برقرار است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۰- فرض کنید a و b دو عدد حقیقی باشند، در اثبات حکم $a^2 + ab + b^2 \geq 0$ به روش بازگشتی از درستی کدام گزاره حکم را نتیجه نمی‌گیریم؟

(۱) $(a + \frac{b}{2})^2 + \frac{3b^2}{4} \geq 0$

(۲) $(a + b)^2 + a^2 + b^2 \geq 0$

(۳) $(a + b)^2 \geq a^2 + b^2$

(۴) $(\frac{a}{2} + b)^2 + \frac{3a^2}{4} \geq 0$

۱۱- به‌ازای چند عدد صحیح از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ عبارت $\frac{(n+3)^2(n+4)^2}{4}$ زوج است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۲- اگر عبارت $a^2 + 4b^2 + 9c^2 + k \geq 2a - 8b + 12c$ به‌ازای هر عدد حقیقی a, b, c درست باشد، حداقل مقدار k کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۳ (۴) ۱۰