

ریاضیات گسسته

۱- برای اثبات درستی گزاره شرطی «اگر a^2 مضرب ۷ باشد آن گاه a مضرب ۷ است» به روش برهان خلف درستی کدام یک از گزینه‌های زیر را می‌توانیم اثبات می‌کنیم؟ ($a \in \mathbb{N}$)

- (۱) اگر a مضرب ۷ باشد آن گاه a^2 مضرب ۷ است.
 (۲) اگر a^2 مضرب ۷ نباشد آن گاه a مضرب ۷ است.
 (۳) اگر a مضرب ۷ نباشد آن گاه a^2 مضرب ۷ نیست.
 (۴) اگر a مضرب ۷ نباشد آن گاه a^2 مضرب ۷ است.

۲- کدام یک از گزاره‌های زیر مثال نقض ندارد؟

- (۱) حاصل ضرب هر عدد گویا در عدد گنگ عددی گنگ است.
 (۲) مجموع مربعات هر دو عدد اول عددی زوج است.
 (۳) اگر n عددی زوج باشد $2^n + 1$ عدد اول است.
 (۴) اگر $a^2 + b^2$ عددی فرد باشد ab عددی زوج است.

۳- اگر a و b دو عدد گنگ و $a + b$ گویا باشد آن گاه برای کدام گزینه زیر مثال نقض نمی‌توان ارائه کرد؟

- (۱) ab گویا است.
 (۲) $\frac{a}{b}$ عددی گنگ است.
 (۳) $3a - 2b$ عددی گویا است.
 (۴) $a - b$ عددی گنگ است.

۴- در اثبات حکم «اگر x و y و z اعداد حقیقی باشند آن گاه $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$ به روش بازگشتی به کدام گزاره همواره درست می‌رسیم؟

- (۱) $(xy + xz + yz)^2 \geq 0$
 (۲) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \geq 0$
 (۳) $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 \geq 0$
 (۴) $(x+y+z)^2 \geq 0$

۵- در اثبات حکم «به ازای هر مقدار طبیعی a عدد $a^2 + 9a + 7$ عدد فرد است» با استفاده از روش «در نظر گرفتن همه حالات» از کدام هم‌ارزی زیر استفاده می‌شود؟

- (۱) $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
 (۲) $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$
 (۳) $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
 (۴) $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$

۶- کدام گزینه کلیت حکم «برای هر عدد طبیعی مانند a ، عبارت $a^2 + a + 17$ عددی اول است.» را نقض می‌کند؟

- (۱) ۵
 (۲) ۷
 (۳) ۱۱
 (۴) ۱۶

۷- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) میانگین حسابی دو عدد طبیعی از میانگین هندسی آن‌ها بزرگ‌تر است.

ب) اگر $a < 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \leq -2$

پ) مجموع دو عدد اول هرگز نمی‌تواند عددی اول باشد.

ت) عدد ۱۶ را نمی‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۸- اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، آن گاه گزاره $x^2 + xy + y^2 \geq 0$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز نیست؟

- (۱) $(x+y)^2 + x^2 + y^2 \geq 0$
 (۲) $(x + \frac{y}{2})^2 + \frac{3y^2}{4} \geq 0$
 (۳) $(x+y)^2 + x^2 y^2 \geq 0$
 (۴) $(\frac{x}{2} + y)^2 + \frac{3x^2}{4} \geq 0$

۹- در کدام گزینه با معرفی p و q می‌توان گزاره ۲ شرطی به صورت $p \Leftrightarrow q$ ساخت؟

- (۱) « $n+2$ فرد است» p و « n^2+1 زوج است» q
 (۲) « $7n^2+1$ زوج است» p و « $3n+5$ فرد است» q
 (۳) « n مضرب ۳ است» p و « n^2 مضرب ۹ است» q
 (۴) « $n+4$ فرد است» p و « $5n^2$ زوج است» q

۱۰- اگر a_1, a_2, a_3 اعداد صحیح و b_1, b_2, b_3 همان اعداد ولی با ترتیب متفاوت باشند چه تعداد از عبارت‌های زیر قطعا زوج هستند؟

الف) $(a_1 + b_1)(a_2 + b_2)(a_3 + b_3)$

ب) $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$

پ) $a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3$

ت) $(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) + (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سوالات