

## ریاضیات گسسته

۱- کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت» را نقض می کند؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۶ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴

۲- کلیت حکم «حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.» با چه عدد گویایی همواره نقض می گردد؟

- (۱) صفر (۲) اعشاری (۳) منفی (۴) اعشاری متناوب مرکب

۳- نامساوی  $3^n > n!$  در مجموعه اعداد طبیعی چند مثال نقض دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۴- کدام گزینه زیر، مثال نقض دارد؟

- (۱) توان سوم هر عدد، بزرگتر از توان دوم آن است.  
(۲) هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است.  
(۳) هر عدد اول و بزرگتر از ۲، فرد است.  
(۴) هر مربع یک لوزی است.

۵- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) اگر  $a$  زوج باشد آنگاه  $a^2 + 1$  مضرب ۵ است.  
(۲) عدد  $n^2 - n + 41$  برای هر عدد طبیعی، اول است.  
(۳) مربع هر عدد حقیقی از مکعب آن کوچکتر است.  
(۴) از هر ۴ عدد زوج متوالی یکی بر چهار بخش پذیر است.

۶- اثبات کدام قضیه احتیاج به استدلال به روش برهان خلف ندارد؟

(۱) از یک نقطه خارج یک خط نمی توان بیش از یک خط بر آن عمود رسم کرد.

(۲) اگر  $x$  عددی گنگ باشد آن گاه  $\frac{1}{x}$  عددی گنگ است.

(۳) اگر ۱ با هر عدد فردی جمع شود، نتیجه همیشه یک عدد زوج است.

(۴) اگر  $x$  گویا و  $y$  گنگ باشد آنگاه  $x + y$  گنگ است.

۷- در اثبات حکم « $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$ » به کدام عبارت بدیهی می رسیم؟

$$(x+y+z)^2 \geq 0 \quad (1)$$

$$(x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0 \quad (3)$$

$$(x+y)^2 + (x+1)^2 + (y+1)^2 \geq 0 \quad (2)$$

$$(x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0 \quad (4)$$

۸- کدام یک از احکام زیر به روش اثبات بازگشتی ثابت نمی شود؟

(۱) اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی مثبت باشند، آن گاه  $y^2 + 1 \geq 2x(y-x+1)$ .

(۲) اگر  $x, y \in \mathbb{R}^+$ ، آن گاه  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ .

(۳) اگر  $a \in \mathbb{R}$ ، آن گاه  $a + \frac{1}{a} \geq 2$ .

(۴) هر گاه  $a, b \in \mathbb{R}^+$ ، آن گاه داریم  $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

۹- درستی کدام یک از موارد زیر را نمی توان با روش اثبات مستقیم، ثابت کرد؟

(۱) اگر  $ab$  زوج باشد،  $a + b$  زوج است.

(۲) اگر  $ab$  فرد باشد،  $a + b$  زوج است.

(۳) اگر  $a + b$  فرد باشد،  $a - b$  فرد است.

(۴) اگر  $a^2 + b^2$  مضرب ۳ باشد  $ab$  مضرب ۹ است.

۱۰- اگر  $n$  عددی صحیح و  $n^2$  فرد باشد آن گاه با روش ..... ثابت می شود که عدد  $n$  نیز ..... است.

(۱) بازگشتی - زوج (۲) برهان خلف - فرد (۳) مثال نقض - زوج (۴) اثبات مستقیم - زوج

۱۱- در استدلال یک قضیه فرض کرده ایم که حکم برقرار است و پس از انجام برخی از اعمال مجاز به یک رابطه بدیهی و یا فرض قضیه رسیده ایم، برای تکمیل اثبات لازم است کدام مورد برقرار باشد؟

(۱) اثبات قضیه کامل است و نیاز به فرض دیگری ندارد.

(۲) مراحل انجام شده بازگشت پذیر است.

(۳) می گوئیم که فرض اینکه حکم درست است باطل، و نقیض آن برقرار است.

(۴) یک مثال نقض ارائه شود.

۱۲- می خواهیم با برهان خلف ثابت کنیم که اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $n^2$  مضرب ۵ باشد آن گاه  $n$  نیز عددی مضرب ۵ است، در این صورت کدام گزینه برای اثبات

این مطلب با برهان خلف صحیح است؟

(۱) فرض می کنیم  $n$  عددی مضرب ۵ است و سپس نشان می دهیم  $n^2$  نیز عددی مضرب ۵ است.

(۲) فرض می کنیم  $n$  عددی مضرب ۵ نمی باشد و سپس نشان می دهیم  $n^2$  مضرب ۵ است.

(۳) فرض می کنیم  $n$  عددی مضرب ۵ نمی باشد و سپس نشان می دهیم  $n^2$  مضرب ۵ نمی باشد.

(۴) فرض می کنیم  $n$  عددی مضرب ۵ است و سپس نشان می دهیم  $n^2$  مضرب ۵ نمی باشد.