

ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۳» - اگر یک گزاره عطفی درست باشد به معنای آن است که هر دو گزاره درست هستند پس $p \sim q$ و هر دو درست هستند، (p و q نادرست هستند).

$$(p \vee q) \equiv (د \vee ن) \equiv د$$

(ب)

$$(p \vee \sim q) \equiv (ن \vee ن) \equiv ن$$

(ج)

$$(p \Rightarrow \sim q) \equiv (ن \Rightarrow ن) \equiv د$$

(د)

$$(q \Rightarrow p) \equiv (د \Rightarrow د) \equiv ن$$

(ه)

$$(q \Leftrightarrow p) \equiv (د \Leftrightarrow د) \equiv ن$$

پس تا از گزاره‌های داده شده نادرست است.

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - گزاره‌ها) (متوسط)

۲- گزینه «۱» - بررسی عبارت‌ها:

(الف) «تهران پایتخت ایتالیا است» یا «صفر عددی گویا است» که یک ترکیب فصلی است،

نادرست درست

چون یکی از گزاره‌ها درست است پس ارزش کل گزاره درست است.

(ب) در ترکیب شرطی «اگر هزارپا، هزارپا دارد آن گاه ۵۷ عددی مرکب است.» چون ارزش

تالی \equiv درست مقدم

تالی درست است پس فارغ از ارزش مقدم کل گزاره شرطی دارای ارزش درست است.

پس ارزش هر دو گزاره درست است.

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - گزاره‌ها) (متوسط)

۳- گزینه «۲» - می‌دانیم گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ با عکس نقیض خود یعنی

$$\sim q \Rightarrow \sim p$$

$$p \Rightarrow q \text{ اگر } ۲ \text{ عددی فرد باشد، آن گاه } ۵ \text{ عددی اول است.}$$

$$q \Rightarrow p$$

حال باید هم‌ارز $p \Rightarrow q$ یعنی $\sim p \Rightarrow \sim q$ را بنویسیم.

اگر ۵ اول نباشد (مرکب باشد) آن گاه ۲ فرد نیست. (زوج است).

$$\sim p \Rightarrow \sim q$$

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - گزاره‌ها - گزاره شرطی) (دشوار)

۴- گزینه «۴» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ترکیب عطفی هر گزاره‌ای با نقیض خودش همواره نادرست است.

$$p \wedge \sim p \equiv F$$

گزینه «۲»: ترکیب فصلی هر گزاره‌ای با نقیض خود همواره درست است. زیرا یکی درست و دیگری نادرست است و در ترکیب فصلی هرگاه یکی از گزاره‌ها درست باشد الزاماً کل

ترکیب فصلی درست است.

$$p \vee \sim p \equiv T$$

گزینه «۳»: اگر p درست باشد:

$$p \Rightarrow p \equiv (T \Rightarrow T) \equiv T$$

اگر p نادرست باشد: به انتقای مقدم درست است.

$$(p \Rightarrow p) \equiv (F \Rightarrow F) \equiv T$$

گزینه «۴»: در ترکیب فصلی $p \vee p$ ، اگر p درست باشد درست و اگر p نادرست باشد

نادرست است.

$$p \vee p \equiv T \vee T \equiv T$$

$$p \vee p \equiv F \vee F \equiv F$$

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - گزاره‌ها) (آسان)

۵- گزینه «۲» - گزاره دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ را به صورت‌های زیر می‌خوانیم:

(۱) اگر p آن گاه q و اگر q آن گاه p

(۲) از q نتیجه می‌شود و p از q نتیجه می‌شود. (p نتیجه می‌دهد q را و q نتیجه می‌دهد p را)

(۳) شرط لازم و کافی است برای q

(۴) p اگر و تنها اگر q

(۵) اگر p آن گاه q و برعکس.

بنابراین عبارت گزینه «۲» نادرست است.

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - گزاره‌ها - گزاره دو شرطی) (آسان)

۶- گزینه «۲» - اگر گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ نادرست باشد به معنای آن است که مقدم (در اینجا p) درست و تالی (در اینجا q) نادرست بوده است. پس ارزش گزاره $p \wedge \sim q$ به

صورت (د ن) است که نادرست خواهد بود و همچنین ارزش گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت (د د) است که درست خواهد بود.

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - گزاره‌ها - گزاره شرطی) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - گزاره «اگر $\sqrt{۳۶}$ مربع کامل باشد» نادرست است. زیرا $\sqrt{۳۶} = ۶$ و می‌دانیم عدد ۶ مربع کامل نیست. برای آن که ارزش گزاره دو شرطی درست باشد باید دو گزاره هم‌ارزش باشند. پس به جای نقطه‌چین باید یک گزاره نادرست بنویسیم که فقط گزاره داده شده در گزینه «۳» نادرست است. زیرا $\sqrt{۲}$ عددی گنگ است.

(کتاب درسی با تغییر) (فصل اول - درس اول - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - گزاره‌ها - گزاره دو شرطی) (آسان)

۸- گزینه «۱» - روش اول: جدول:

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow \sim q$
د	د	ن	ن	د	د	ن
د	ن	د	د	ن	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د	د
ن	ن	د	ن	د	د	د

روش دوم: استفاده از هم‌ارزی:

$$\text{طبق هم‌ارزی } (p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow q \equiv (p \wedge \sim q) \vee q$$

حال طبق هم‌ارزی دمورگان $(\sim (p \wedge q)) \equiv (\sim p \vee \sim q)$ داریم:

$$\sim (p \wedge \sim q) \vee q \equiv (\sim p \vee q) \vee q \equiv \sim p \vee q$$

که گزاره $\sim p \vee q$ هم‌ارز $p \Rightarrow q$ است.

(سراسری ۱۴۰۱) (فصل اول - درس اول - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - گزاره‌ها - گزاره شرطی) (دشوار)

۹- گزینه «۴» - اگر $\sim p$ درست باشد پس p نادرست است و ضمناً اگر q درست باشد q نادرست است:

(الف)

$$\sim (\sim p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim (p \Rightarrow r)$$

$$\equiv \sim (\underbrace{T \Rightarrow F}_{\text{نادرست}}) \Rightarrow \sim (\underbrace{F \Rightarrow r}_{\text{درست}}) \equiv (\sim F) \Rightarrow \sim (T)$$

$$\equiv (T \Rightarrow F) \equiv F$$

(ب)

$$(\sim q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee \sim q) \equiv (\underbrace{F \wedge r}_{\text{نادرست}}) \Leftrightarrow (\underbrace{F \vee F}_{\text{نادرست}})$$

$$\equiv (F \Leftrightarrow F) \equiv T$$

(الف) نادرست و «ب» درست است.

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - گزاره‌ها) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» -

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p \vee \sim q)$	$(p \vee q)$	$\sim (p \vee q)$	$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$
د	د	ن	ن	ن	د	ن	د
د	ن	ن	د	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د	ن	د	د

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - گزاره‌ها) (متوسط)